PHÂN LOẠI MỘT SỐ GIỚI HẠN CƠ BẢN THƯỜNG GẶP VỀ DÃY SỐ

- Với c là hằng số, ta có $\boxed{\lim c = c\,;\ \lim \frac{1}{n} = 0.\ \text{Tổng quát } \lim \frac{c}{n^k} = 0, (k \ge 1)}$.
- Với số thực q thỏa $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.
- Các phép toán trên các dãy có giới hạn hữu hạn (Xem định lý 1, SGK)
- Phép toán trên dãy số có giới hạn vô cực ($\lim u_n = \pm\infty$)

$$\boxed{\left.\begin{array}{l}\lim u_n = a\\ \lim v_n = +\infty\end{array}\right\} \Rightarrow \lim \frac{u_n}{v_n} = 0}\,;\quad \boxed{\left.\begin{array}{l}\lim u_n = a\\ \lim v_n = 0\\ v_n > 0, \forall n \ge 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim \frac{u_n}{v_n} = \{\text{dấu của } a\}\infty}.$$

Dạng 1: Giới hạn dãy số $u_n = \frac{f(n)}{g(n)}$, trong đó $f(n), g(n)$ là các đa thức ẩn số *n*.

Cách giải : Chia (các số hạng) của cả tử và mẫu cho lũy thừa của *n* có số mũ cao nhất trong dãy u_n, sau đó dùng các kết quả nêu trên để tính.

Ví dụ 1: Tính $L_1 = \lim \frac{3n^3 - 7n + 1}{4n^3 - 3n^2 + 2}$.

Giải: Khi $n \to +\infty$ thì $n \ne 0$ nên chia cả tử và mẫu của $\frac{3n^3 - 7n + 1}{4n^3 - 3n^2 + 2}$ cho n^3 ta được

$$L_1 = \lim \frac{\frac{3n^3}{n^3} - \frac{7n}{n^3} + \frac{1}{n^3}}{\frac{4n^3}{n^3} - \frac{3n^2}{n^3} + \frac{2}{n^3}} = \lim \frac{3 - \frac{7}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{4 - \frac{3}{n} + \frac{2}{n^3}} = \frac{3 - 0 + 0}{4 - 0 + 0} = \frac{3}{4}$$

(Ghi chú: $\lim \frac{7}{n^2} = \lim \frac{1}{n^3} = \lim \frac{3}{n} = \lim \frac{2}{n^3} = 0$)

Ví dụ 2: Tính $L_2 = \lim \frac{3n^7 - 8n^6 + 3}{5n^8 + n^3 + 2n}$

Nhận xét: Số mũ cao nhất của *n* trong giới hạn trên là n^8 nên ta chia cả tử và mẫu cho n^8.

Giải:

$$L_2 = \lim \frac{\frac{3n^7}{n^8} - \frac{8n^6}{n^8} + \frac{3}{n^8}}{\frac{5n^8}{n^8} + \frac{n^3}{n^8} + \frac{2n}{n^8}} = \lim \frac{\frac{3}{n} - \frac{8}{n^2} + \frac{3}{n^8}}{5 + \frac{1}{n^5} + \frac{2}{n^7}} = \frac{0 - 0 + 0}{5 + 0 + 0} = 0.$$

Ví dụ 3: Tính $L_3 = \lim \frac{-3n^5 + 2n + 4}{n^2 + 4n + 3}$

Nhận xét: Số mũ cao nhất của *n* trong giới hạn trên là n^5 nên ta chia cả tử và mẫu cho n^5.

Giải:

$$L_3 = \lim \frac{\frac{-3n^5}{n^5} + \frac{2n}{n^5} + \frac{4}{n^5}}{\frac{n^2}{n^5} + \frac{4n}{n^5} + \frac{3}{n^5}} = \lim \frac{-3 + \frac{2}{n^4} + \frac{4}{n^5}}{\frac{1}{n^3} + \frac{4}{n^4} + \frac{3}{n^5}}.$$

Vì $\lim\left(-3 + \frac{2}{n^4} + \frac{4}{n^5}\right) = -3 < 0$ và $\lim\left(\frac{1}{n^3} + \frac{4}{n^4} + \frac{3}{n^5}\right) = 0$ nên $L_3 = \lim \frac{-3 + \frac{2}{n^4} + \frac{4}{n^5}}{\frac{1}{n^3} + \frac{4}{n^4} + \frac{3}{n^5}} = -\infty$

Các em học sinh cần lưu ý: Không được viết theo cách sau

$$L_3 = \lim \frac{-3 + \frac{2}{n^4} + \frac{4}{n^5}}{\frac{1}{n^3} + \frac{4}{n^4} + \frac{3}{n^5}} = \cancel{\frac{-3+0+0}{0+0+0} = \frac{-3}{0}} = -\infty \text{ (Sai).}$$

Từ ba ví dụ trên ta có ***nhận xét***:

Với dãy số $u_n = \frac{f(n)}{g(n)}$, trong đó $f(n), g(n)$ là các đa thức ẩn số *n*, ta có

♣ Nếu bậc$\{f(n)\} >$ bậc$\{g(n)\}$ thì $\lim u_n = \pm\infty$;

♣ Nếu bậc$\{f(n)\} <$ bậc$\{g(n)\}$ thì $\lim u_n = 0$;

♣ Nếu bậc$\{f(n)\} =$ bậc$\{g(n)\}$ thì $\lim u_n = c = \frac{a}{b}$ (hằng số khác 0). Trong đó *a* là hệ số của *n* có số mũ cao nhất trong $f(n)$; đó *b* là hệ số của *n* có số mũ cao nhất trong $g(n)$.

Dạng 2: Giới hạn dãy số $u_n = \frac{f(n)}{g(n)}$, trong đó $f(n), g(n)$ là các biểu thức có chứa căn.

Ta biết, đa thức $p(x) = a_k x^k + a_{k-1}x^{k-1} + ... + a_1 x + a_0$ có bậc là k;

Ta quy ước (*để dễ tính toán, không phải là kiến thức chuẩn*):

Biểu thức $\sqrt{a_k x^k + a_{k-1}x^{k-1} + ... + a_1 x + a_0}$ có bậc là $\frac{k}{2}$;

Biểu thức $\sqrt[3]{a_k x^k + a_{k-1}x^{k-1} + ... + a_1 x + a_0}$ có bậc là $\frac{k}{3}$.

<u>Ví dụ</u>:

Đa thức $p(x) = 4n^6 - 3n^3 + 2n$ có bậc là 6;

Biểu thức $\sqrt{3n^2 + 2n + 1}$ có bậc là $\frac{2}{2} = 1$; $\sqrt{n^3 + 3n + 7}$ có bậc là $\frac{3}{2}$.

Với dạng này ta cũng giải như Dạng 1, tức là chia cả tử và mẫu của dãy số cho *n* có bậc cao nhất.

<u>Chú ý</u>: $n = \sqrt{n^2}$; $n^k = \sqrt{n^{2k}}$ và $n = \sqrt[3]{n^3}$; $n^k = \sqrt[3]{n^{3k}}$ dùng để đưa các lũy thừa vào trong dấu căn.

Chẳng hạn: $n\sqrt{n+1} = \sqrt{n^2(n+1)} = \sqrt{n^3 + n^2}$; $n^2.\sqrt[3]{n+2} = \sqrt[3]{n^6(n+2)} = \sqrt[3]{n^7 + 2n^6}$;

$$\frac{2n}{\sqrt[3]{n^5}} = \frac{2\sqrt[3]{n^3}}{\sqrt[3]{n^5}} = 2.\sqrt[3]{\frac{n^3}{n^5}} = 2.\sqrt[3]{\frac{1}{n^2}}$$

Ví dụ 4: Tính $L_4 = \lim \frac{n + \sqrt{n^2 + 2n + 3}}{3 - \sqrt{2n^2 + 1}}$.

Nháp:

Căn $\sqrt{n^2 + 2n + 3}$ có bậc bằng $\frac{2}{2} = 1$; n có bậc bằng 1 nên bậc cao nhất của $n + \sqrt{n^2 + 2n + 3}$ là 1; $\sqrt{2n^2 + 1}$ có bậc là 1 nên $3 - \sqrt{2n^2 + 1}$ có bậc cao nhất là 1.

Vậy ta chia cả tử và mẫu cho $n^1 = n = \sqrt{n^2}$ để tính.

Giải:

Ta có $L_4 = \lim \dfrac{\dfrac{n}{n} + \dfrac{\sqrt{n^2+2n+3}}{n}}{\dfrac{3}{n} - \dfrac{\sqrt{2n^2+1}}{n}} = \lim \dfrac{1 + \sqrt{\dfrac{n^2+2n+3}{n^2}}}{\dfrac{3}{n} - \sqrt{\dfrac{2n^2+1}{n^2}}} = \lim \dfrac{1 + \sqrt{1 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n^2}}}{\dfrac{3}{n} - \sqrt{2 + \dfrac{1}{n^2}}}$

Suy ra $L_4 = \dfrac{1+\sqrt{1+0+0}}{0-\sqrt{2+0}} = \dfrac{2}{-\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$.

Ví dụ 5: Tính $L_5 = \lim \dfrac{2n+\sqrt{n^3+3n+2}}{1+n\sqrt{3n+4}}$.

Nháp:

Bậc cao nhất của $2n+\sqrt{n^3+3n+2}$ là $\dfrac{3}{2} = 1,5$;

bậc cao nhất của $1+n\sqrt{3n+4} = 1+\sqrt{n^2(3n+4)} = n^2+\sqrt{3n^3+4n}$ là $\dfrac{3}{2}$.

Vậy ta chia cả tử và mẫu của dãy số cho $\sqrt{n^3}$ (có bậc bằng $\dfrac{3}{2}$)

Giải:

$$L_5 = \lim \dfrac{\dfrac{2n}{\sqrt{n^3}} + \dfrac{\sqrt{n^3+3n+2}}{\sqrt{n^3}}}{\dfrac{1}{\sqrt{n^3}} + \dfrac{n\sqrt{3n+4}}{\sqrt{n^3}}} = \lim \dfrac{2\sqrt{\dfrac{n^2}{n^3}} + \sqrt{\dfrac{n^3+3n+2}{n^3}}}{\sqrt{\dfrac{1}{n^3}} + \sqrt{\dfrac{3n^3+4n}{n^3}}} = \lim \dfrac{2\sqrt{\dfrac{1}{n}} + \sqrt{1+\dfrac{3}{n^2}+\dfrac{2}{n^3}}}{\sqrt{\dfrac{1}{n^3}} + \sqrt{3+\dfrac{4}{n^2}}}$$

Suy ra $L_5 = \dfrac{2.\sqrt{0}+\sqrt{1+0+0}}{\sqrt{0}+\sqrt{3+0}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Ví dụ 6: Tính $L_6 = \lim \dfrac{\sqrt[3]{-3n^7+2n+1}}{n^2+3n+7}$

Nháp:

Bậc cao nhất của $\sqrt[3]{-3n^7+2n+1}$ là $\dfrac{7}{3}$; bậc cao nhất của mẫu là 2, suy ra bậc cao nhất trong dãy là $\dfrac{7}{3}$. Vậy ta cần chia cả tử và mẫu cho $\sqrt[3]{n^7}$.

Giải:

Ta có $L_6 = \lim \dfrac{\dfrac{\sqrt[3]{-3n^7+2n+1}}{\sqrt[3]{n^7}}}{\dfrac{n^2}{\sqrt[3]{n^7}} + \dfrac{3n}{\sqrt[3]{n^7}} + \dfrac{7}{\sqrt[3]{n^7}}} = \lim \dfrac{\sqrt[3]{\dfrac{-3n^7+2n+1}{n^7}}}{\sqrt[3]{\dfrac{n^6}{n^7}} + 3.\sqrt[3]{\dfrac{n^3}{n^7}} + 7.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^7}}} = \lim \dfrac{\sqrt[3]{-3+\dfrac{2}{n^6}+\dfrac{1}{n^7}}}{\sqrt[3]{\dfrac{1}{n}} + 3.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^4}} + 7.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^7}}}$

Vì $\lim\left(\sqrt[3]{-3+\dfrac{2}{n^6}+\dfrac{1}{n^7}}\right) = \sqrt[3]{-3+0} = \sqrt[3]{-3} < 0$ và $\lim\left(\sqrt[3]{\dfrac{1}{n}} + 3.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^4}} + 7.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^7}}\right) = 0$ nên

$$L_6 = \lim \dfrac{\sqrt[3]{-3+\dfrac{2}{n^6}+\dfrac{1}{n^7}}}{\sqrt[3]{\dfrac{1}{n}} + 3.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^4}} + 7.\sqrt[3]{\dfrac{1}{n^7}}} = -\infty.$$

Dạng 3: Giới hạn dãy $u_n = \sqrt{f(n)} \pm \sqrt{g(n)}$, trong đó $f(n), g(n)$ là các đa thức ẩn số *n*.

Sử dụng phép biến đổi dùng biểu thức liên hợp như sau.

$$\sqrt{f(n)} - \sqrt{g(n)} = \frac{\left(\sqrt{f(n)} - \sqrt{g(n)}\right)\left(\sqrt{f(n)} + \sqrt{g(n)}\right)}{\sqrt{f(n)} + \sqrt{g(n)}} = \frac{f(n) - g(n)}{\sqrt{f(n)} + \sqrt{g(n)}} ;$$

$$\sqrt{f(n)} + \sqrt{g(n)} = \frac{\left(\sqrt{f(n)} + \sqrt{g(n)}\right)\left(\sqrt{f(n)} - \sqrt{g(n)}\right)}{\sqrt{f(n)} - \sqrt{g(n)}} = \frac{f(n) - g(n)}{\sqrt{f(n)} - \sqrt{g(n)}}$$

{Dùng hằng đẳng thức $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ }

Khi đó ta đưa được dạng này về **Dạng** 2.

Ví dụ 7: Tính $L_7 = \lim\left(\sqrt{n^2+n+3} - n\right)$

<u>Giải</u>:

$$L_7 = \lim\frac{\left(\sqrt{n^2+n+3} - n\right)\left(\sqrt{n^2+n+3} + n\right)}{\left(\sqrt{n^2+n+3} + n\right)} = \lim\frac{\left(\sqrt{n^2+n+3}\right)^2 - n^2}{\sqrt{n^2+n+3} + n} = \lim\frac{n^2+n+3-n^2}{\sqrt{n^2+n+3}+n}$$

$$L_7 = \lim\frac{n+3}{\sqrt{n^2+n+3}+n}.$$

{Nháp: Cả tử và mẫu đều có bậc cao nhất bằng 1, nên ta chia cả tử và mẫu cho $n^1 = n$ }

$$L_7 = \lim\frac{\frac{n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{\sqrt{n^2+n+3}}{n}+\frac{n}{n}} = \lim\frac{1+\frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{n^2+n+3}{n^2}}+1} = \lim\frac{1+\frac{3}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}}+1} = \frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = \frac{1}{2}$$

Ví dụ 8: Tính $L_8 = \lim\left(\sqrt{3n^2+2n+1} + n\sqrt{3}\right)$

<u>Giải</u>:

$$L_8 = \lim\frac{\left(\sqrt{3n^2+2n+1} + n\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3n^2+2n+1} - n\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3n^2+2n+1} - n\sqrt{3}} = \lim\frac{\left(\sqrt{3n^2+2n+1}\right)^2 - \left(n\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{3n^2+2n+1} - n\sqrt{3}}$$

$$= \lim\frac{3n^2+2n+1-3n^2}{\sqrt{3n^2+2n+1} - n\sqrt{3}} = \lim\frac{2n+1}{\sqrt{3n^2+2n+1} - n\sqrt{3}}$$

{Nháp: Cả tử và mẫu đều có bậc cao nhất bằng 1, nên ta chia cả tử và mẫu cho $n^1 = n$ }

$$L_8 = \lim\frac{\frac{2n}{n}+\frac{1}{n}}{\frac{\sqrt{3n^2+2n+1}}{n} - \frac{n\sqrt{3}}{n}} = \lim\frac{2+\frac{1}{n}}{\sqrt{\frac{3n^2+2n+1}{n^2}} - \sqrt{3}} = \lim\frac{2+\frac{1}{n}}{\sqrt{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} - \sqrt{3}}$$

Vì $\lim\left(2+\frac{1}{n}\right) = 2+0 = 2 > 0$ và $\lim\left(\sqrt{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} - \sqrt{3}\right) = \sqrt{3+0+0} - \sqrt{3} = 0$, và do

$\sqrt{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} > \sqrt{3}$ nên $\sqrt{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} - \sqrt{3} > 0, \forall n$. Suy ra $L_8 = \lim\dfrac{2+\frac{1}{n}}{\sqrt{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} - \sqrt{3}} = +\infty$

Dạng 4: Giới hạn của dãy có chứa số mũ là *n*

Lưu ý các phép biến đổi:

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$; $a^n.b^n=(a.b)^n$; $\lim q^n=0$ nếu $|q|<1$.

Ví dụ 9: Tính $L_9=\lim\frac{2^n+4.3^n}{5-7.3^n}$.

<u>*Nhận xét*</u>: Trong các lũy thừa $2^n, 3^n$ thì 3^n có "cơ số" bằng 3 là cơ số lớn nhất. Vậy ta sẽ chia cả tử và mẫu cho 3^n và sử dụng tính chất nêu trên để tính.

<u>***Giải***</u>:

$$L_9=\lim\frac{2^n+4.3^n}{5-7.3^n}=\lim\frac{\frac{2^n}{3^n}+4.\frac{3^n}{3^n}}{5.\frac{1^n}{3^n}-7.\frac{3^n}{3^n}}=\lim\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n+4}{5.\left(\frac{1}{3}\right)^n-7}=\frac{0+4}{5.0-7}=-\frac{4}{7}.$$

Vì $\left|\frac{2}{3}\right|<1;\left|\frac{1}{3}\right|<1$ nên $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n=\lim\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$.

<u>*Nhận xét*</u>: Để giải các bài toán tìm giới hạn dạng này, chúng ta chia cả tử và mẫu cho lũy thừa có "cơ số" lớn nhất.

Ví dụ 10: Tính $L_{10}=\lim\frac{3.2^n-5.7^n}{4^n+3.5^n}$.

{Nháp: Trong các lũy thừa $2^n, 4^n, 5^n, 7^n$ thì lũy thừa có cơ số lớn nhất trong dãy trên là 7^n }

<u>***Giải***</u>:

Chia cả tử và mẫu của dãy số đã cho cho 7^n ta có:

$$L_{10}=\lim\frac{3.2^n-5.7^n}{4^n+3.5^n}=\lim\frac{3.\frac{2^n}{7^n}-5.\frac{7^n}{7^n}}{\frac{4^n}{7^n}+3.\frac{5^n}{7^n}}=\lim\frac{3.\left(\frac{2}{7}\right)^n-5}{\left(\frac{4}{7}\right)^n+3.\left(\frac{5}{7}\right)^n}.$$

Vì $0<\frac{2}{7};\frac{4}{7};\frac{5}{7}<1$ nên $\lim\left(\frac{2}{7}\right)^n=\lim\left(\frac{4}{7}\right)^n=\lim\left(\frac{5}{7}\right)^n=0$ nên

$\lim\left(3.\left(\frac{2}{7}\right)^n-5\right)=3.0-5=-5<0$ và $\lim\left[\left(\frac{4}{7}\right)^n+3.\left(\frac{5}{7}\right)^n\right]=0+3.0=0$ đồng thời

$\left(\frac{4}{7}\right)^n+3.\left(\frac{5}{7}\right)^n>0,\forall n\in\mathbb{N}$.

Suy ra $L_{10}=\lim\frac{3.\left(\frac{2}{7}\right)^n-5}{\left(\frac{4}{7}\right)^n+3.\left(\frac{5}{7}\right)^n}=-\infty$. {Theo định lý 2, tr117, SGK}

Dạng 5: Sử dụng các Định lý về giới hạn.

$\boxed{\left.\begin{matrix}\lim u_n=a\\ \lim v_n=+\infty\end{matrix}\right\}\Rightarrow\lim\frac{u_n}{v_n}=0}$; $\boxed{\left.\begin{matrix}\lim u_n=a\\ \lim v_n=0\\ v_n>0,\forall n\geq 0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\lim\frac{u_n}{v_n}=\{\text{dấu của } a\}\infty}$

Ví dụ 11: Cho các dãy $(u_n),(v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=+\infty$

và $v_n \neq 0,\ u_n < -3, \forall n \in \mathbb{N}$. Hãy tính các giới hạn sau

a) $L_{11a} = \lim \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$ b) $L_{11b} = \lim \frac{2u_n}{3 + u_n}$ c) $L_{11c} = \lim \frac{v_n + 5}{2 - 3v_n}$

Giải:

a) $L_{11a} = \lim \frac{u_n + 2}{u_n - 3} = \frac{\lim u_n + \lim 2}{\lim u_n - \lim 3} = \frac{-3+2}{-3-3} = \frac{1}{6}$

b) Vì $\lim 2u_n = \lim 2.\lim u_n = 2.(-3) = -6 < 0$ và $\lim(3 + u_n) = \lim 3 + \lim u_n = 3 + (-3) = 0$, đồng thời $u_n < -3, \forall n \in \mathbb{N}$ nên $u_n + 3 < 0, \forall n \in \mathbb{N}$.

Suy ra $L_{11b} = \lim \frac{u_n + 2}{u_n - 3} = +\infty$.

Nhận xét: Với bài b) này, nếu không chú ý đến $u_n + 3 < 0, \forall n \in \mathbb{N}$ và $\lim(2u_n) = -6 < 0$ thì một số em học sinh sẽ đi đến kết quả $L_{11b} = -\infty$ (Sai).

c) Do $v_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$ nên chia cả tử và của $\frac{v_n + 5}{2 - 3v_n}$ mẫu cho v_n, ta được

$L_{11c} = \lim \frac{\frac{v_n}{v_n} + \frac{5}{v_n}}{\frac{2}{v_n} - 3.\frac{v_n}{v_n}} = \lim \frac{1 + \frac{5}{v_n}}{\frac{2}{v_n} - 3} = \frac{1+0}{0-3} = -\frac{1}{3}$. Vì $\lim v_n = +\infty$ nên $\lim \frac{2}{v_n} = \lim \frac{5}{v_n} = 0$.

Bài tập tự luyện

Bài 1: Tính các giới hạn sau

a) $\lim \frac{4n^8 + 12n - 1}{n^2 + 5n^6 - 6n^8}$ b) $\lim \frac{3n^5 - 2n^4 + 7}{6n^6 - n^5 + 2n + 3}$ c) $\lim \frac{4 + n^2 - 3n^{12}}{7 + n^3 + 8n^9}$

Bài 2:

a) $\lim \frac{n\sqrt{n^2 + n + 1}}{3n^2 - 2n + 12}$ b) $\lim \frac{2 - \sqrt[3]{n^4 + 1}}{2n + 3}$ c) $\lim \frac{3n - 4\sqrt{n^3 + 2}}{2n^2 + 3n + 1}$

Bài 3: Tính các giới hạn sau

a) $\lim\left(\sqrt{4n^2 + n + 2} - 2n\right)$ b) $\lim\left(n + \sqrt{n^2 + n + 7}\right)$ c) $\lim\left(2n - \sqrt{n^2 + n + 2}\right)$

d) $\lim\left(\sqrt[3]{n^3 + 2n + 1} - n\right)$

Bài 4: Tính các giới hạn sau

a) $\lim \frac{2 + 5^n}{4^n - 6.5^n}$ b) $\lim \frac{3.2^n + 4}{4.3^n - 5.4^n}$ c) $\lim \frac{3 - 5.7^n}{4.5^n + 5.6^n}$

Đáp số:

1a) $-\frac{2}{3}$	1b) 0	1c) $-\infty$	
2a) 0	2b) $-\infty$	2c) 0	
3a) $\frac{1}{4}$	3b) $+\infty$	3c) $+\infty$	3d) 0
4a) $-\frac{1}{6}$	4b) 0	4c) $-\infty$	

Chúc các em học tốt !