## GỢI Ý GIẢI ĐỀ 16

**Câu I.1:** Cho họ $y = x^3 - x^2 + 18mx - 2m$ ($C_m$)
1. Khảo sát hàm số khi $m = 1$
2. Tìm m để ($C_m$) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ thoả mãn: $x_1 < 0 < x_2 < x_3$

Câu này các em có thể xem lời giải trực tiếp trên blog http://caolong.net tại địa chỉ trực tiếp là http://caolong.wordpress.com/hoc-toan/phe/d%E1%BB%81-thi-th%E1%BB%AD-d%E1%BA%A1i-h%E1%BB%8Dc-2009/giaide06/ .

**Câu II.1:** Giải phương trình: $\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{3x}{2} + \sin\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2} + \sin 2x\cos 7x = 0$ (1)

• Vận dụng công thức biến đổi tích thành tổng, ta có
(1) $\Leftrightarrow \sin 5x + \sin 2x + \sin 3x - \sin 2x + \sin 9x - \sin 5x = 0$
$\Leftrightarrow \sin 9x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 2\sin 6x.\cos 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 6x = 0\\ \cos 3x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}6x = k\pi\\ 3x = \frac{\pi}{2} + l\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\frac{\pi}{6}\\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{\pi}{3}\end{array}\right., \; k, l \in \mathbb{Z}.$$

Hợp các nghiệm trên ta được nghiệm của phương trình (1) là $x = k\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

**Câu II.2:** Giải bất phương trình: $x\sqrt{x^2 - 4x + 5} + 2x^2 \ge 3x$ (1)

• Điều kiện xác định: $x^2 - 4x + 5 \ge 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + 1 \ge 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

Ta có $x\sqrt{x^2 - 4x + 5} + 2x^2 \ge 3x \Leftrightarrow x\sqrt{x^2 - 4x + 5} \ge x(3 - 2x)$ (2)

• Xét các trường hợp sau:
* Tr/hợp $x = 0$, thỏa mãn (1) nên $x = 0$ là một nghiệm của (1).
* Tr/hợp $x > 0$ ta có (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x^2 - 4x + 5} \ge 3 - 2x \;\; (3) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} 3 - 2x < 0 \\ \begin{cases} 3 - 2x \ge 0 \\ x^2 - 4x + 5 \ge (3 - 2x)^2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > 3/2 \\ \begin{cases} x \le 3/2 \\ 3x^2 - 8x + 4 \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > 3/2 \\ \begin{cases} x \le 3/2 \\ 2/3 \le x \le 2 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > 3/2 \\ 2/3 \le x \le 3/2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ge 2/3 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge \frac{2}{3}$$

* Tr/hợp $x < 0$ ta có (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \sqrt{x^2 - 4x + 5} \le 3 - 2x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ 3-2x\ge 0 \\ x^2-4x+5\le (3-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x\le 3/2 \\ 3x^2-8x+4\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 2/3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x<0$$

• Kết hợp ba trường hợp trên ta có tập nghiệm của bất phương trình (1) là

$$T=\{0\}\cup(-\infty;0)\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right)=(-\infty;0]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$$

**Câu III:** Tính thể tích vật thể tạo thành bởi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục Oy: $y=\left|x^2-1\right|;\ y=|x|+5$

• Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho

$\left|x^2-1\right|=|x|+5 \Leftrightarrow \left|x^2-1\right|-|x|-5=0 \qquad (*)$

Bảng xét dấu vế trái của (*) : $f(x)=\left|x^2-1\right|-|x|-5$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\lvert x\rvert$ | | $-x$ | | $-x$ | $0$ | $x$ | | $x$ | |
| $\lvert x^2-1\rvert$ | | $x^2-1$ | $0$ | $1-x^2$ | | $1-x^2$ | $0$ | $x^2-1$ | |
| $f(x)$ | | $x^2-x-6$ | | $-x^2-x-4$ | | $-x^2+x-4$ | | $x^2+x-6$ | |

Vì hai phương trình $-x^2-x-4=0; -x^2+x-4=0$ vô nghiệm nên ta có

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le -1 \\ x^2-x-6=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 1 \\ x^2+x-6=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le -1 \\ x=-3; x=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 1 \\ x=-2; x=3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=3 \end{array}\right.$$

• Xét vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=|x|+5$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3; x=3$ quay quanh trục *Ox*. Thể tích của vật thể này bằng

$$V_1=\pi\int_{-3}^{3}\left(|x|+5\right)^2dx=\pi\int_{-3}^{0}\left(|x|+5\right)^2dx+\pi\int_{0}^{3}\left(|x|+5\right)^2dx$$

$$=\pi\int_{-3}^{0}(-x+5)^2dx+\pi\int_{0}^{3}(x+5)^2dx=-\pi\left.\frac{(5-x)^3}{3}\right|_{-3}^{0}+\pi\left.\frac{(x+5)^3}{3}\right|_{0}^{3}=258\pi$$

• Xét vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-1\right|$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3; x=3$ quay quanh trục *Ox*. Thể tích của vật thể này bằng

$$V_2=\pi\int_{-3}^{3}\left|x^2-1\right|^2dx=\pi\int_{-3}^{3}\left(x^2-1\right)^2dx=\pi\int_{-3}^{3}\left(x^4-2x^2+1\right)dx=\pi\left.\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right)\right|_{-3}^{3}=\frac{336\pi}{5}$$

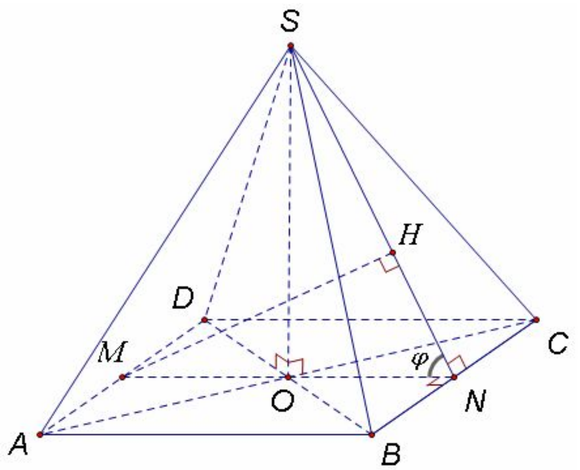
• Thể tích vật thể cần tìm bằng

$$V=\left|V_1-V_2\right|=\left|258\pi-\frac{336\pi}{5}\right|=\frac{954\pi}{5}$$

*Nhận xét: Với bài này các em nên vẽ đồ thị chính xác sẽ dễ thấy được cận tích phân !*

**Câu IV:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD mà khoảng cách từ A tới (SBC) là 2a. Xác định góc giữa mặt bên và mặt đáy để thể tích khối chóp nhỏ nhất. Tính thể tích đó

Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AD, BC* và *O* là tâm hình vuông *ABCD*.
Trong tam giác *AMN* kẻ đường cao $MH \perp SN$.
Ta có $BC \perp MN, BC \perp SO \Rightarrow BC \perp MH$.
Từ đó suy ra $MH \perp (SBC)$.




• Do $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ nên khoảng cách từ điểm *A* đến $mp(SBC)$ bằng khoảng cách từ *M* đến $(SBC)$ và bằng $MH$.
Theo giả thiết, ta có $MH = 2a$.
• Xét mặt bên $(SBC)$ và đáy $(ABCD)$, có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$ và $BC \perp SN; BC \perp MN$. Mặt khác tam giác $SON$ vuông tại *O* nên góc $\widehat{SNO}$ nhọn.
Suy ra góc giữa mặt bên $(SBC)$ và mặt đáy $(ABCD)$ bằng $\varphi = \widehat{SNO}$.

• Xét tam giác vuông $MHN$ ta có $\sin\varphi = \dfrac{MH}{MN} = \dfrac{2a}{MN} \Rightarrow MN = \dfrac{2a}{\sin\varphi}$.

Xét tam giác vuông $SON$ ta có $\tan\varphi = \dfrac{SO}{ON} \Rightarrow SO = ON.\tan\varphi = \dfrac{MN}{2}\tan\varphi$

$SO = \dfrac{a}{\sin\varphi}\tan\varphi = \dfrac{a}{\cos\varphi}$.



• Thể tích khối chóp *S.ABCD* bằng $V = \dfrac{1}{3}SO.MN^2 = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{\cos\varphi}.\dfrac{4a^2}{\sin^2\varphi} = \dfrac{4a^3}{3\cos\varphi.\sin^2\varphi}$

Suy ra *V* đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\varphi.\sin^2\varphi$ đạt giá trị lớn nhất.
Do góc $\varphi$ nhọn nên $0 < \cos\varphi < 1$. Đặt $t = \cos\varphi$ ta có
$\cos\varphi.\sin^2\varphi = t\left(1 - t^2\right) = t - t^3$ với $0 < t < 1$.

Xét hàm số $f(t) = t - t^3, t \in (0;1)$, ta có $f'(t) = 1 - 3t^2$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (do $t > 0$).

Bảng biến thiên của hàm số

| $t$ | $0$ | | $1/\sqrt{3}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $0$ | $\nearrow$ | $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ | $\searrow$ | $0$ |

Từ bảng biến thiên ta suy ra $\max\limits_{(0;1)} f(t) = f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = \dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

Với $t=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ta có $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\varphi=\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$.

• Kết luận: Thể tích khối chóp đã cho đạt giá trị nhỏ nhất bằng $V_{\min}=\dfrac{4a^3}{3.\frac{2\sqrt{3}}{9}}=2\sqrt{3}a^3$, đạt được khi $\varphi=\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$.

**Câu V:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2(x^3+y^3+z^3)-(x^2y+y^2z+z^2x)$ biết $0\le x,y,z\le 1$

• Đặt $x=1-a; y=1-b; z=1-c$ ta có $0\le x,y,z\le 1$ suy ra $0\le a,b,c\le 1$.

• Khi đó

$$P=2\left[(1-a)^3+(1-b)^3+(1-c)^3\right]-(1-a)^2(1-b)-(1-b)^2(1-c)-(1-c)^2(1-a)$$

Khai triển và rút gọn ta được

$$P=3-\left[2a^3+2b^3+2c^3-5a^2-5b^2-5c^2+3a+3b+3c+2ab+2bc+2ca-a^2b-b^2c-c^2a\right]$$

Viết lại dưới dạng

$$P=3-\left[\left(2a^3-5a^2+3a\right)+\left(2b^3-5b^2+3b\right)+\left(2c^3-5c^2+3c\right)+\right.$$
$$\left.+ab(2-a)+bc(2-b)+ca(2-c)\right] \qquad (*)$$

Ta sẽ chứng minh

$$\left[\left(2a^3-5a^2+3a\right)+\left(2b^3-5b^2+3b\right)+\left(2c^3-5c^2+3c\right)+ab(2-a)+bc(2-b)+ca(2-c)\right]\ge 0$$

Thật vậy, $2a^3-5a^2+3a=a(a-1)(2a-3)\ge 0, \forall a\in[0;1]$ (1)

Cụ thể qua bảng xét dấu

| $a$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $3/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2a^3-5a^2+3a$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Tương tự ta có $2b^3-5b^2+3b=\ge 0, \forall b\in[0;1]$ (2)

Và $2c^3-5c^2+3c\ge 0, \forall c\in[0;1]$ (3)

• Hiển nhiên do $0\le a,b,c\le 1$ nên $ab(2-a)\ge 0; bc(2-b)\ge 0; ca(2-c)\ge 0$

Suy ra $ab(2-a)+bc(2-b)+ca(2-c)\ge 0$ (4)

• Cộng theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) và (4) suy ra

$$\left[\left(2a^3-5a^2+3a\right)+\left(2b^3-5b^2+3b\right)+\left(2c^3-5c^2+3c\right)+ab(2-a)+bc(2-b)+ca(2-c)\right]\ge 0$$

Do đó từ (*) ta suy ra $P\le 3$.
Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=0 \Leftrightarrow x=y=z=1$.

• Vậy $\max P=3$ đạt được khi $x=y=z=1$.

**Câu VI.a:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các đường thẳng

$$d_1: \begin{cases}2x+y+1=0\\ x-y+z-1=0\end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases}3x+y-z+3=0\\ 2x-y+1=0\end{cases}$$

1. Chứng minh rằng $d_1$ và $d_2$ đồng phẳng và viết pt mp(P) chứa $d_1$ và $d_2$.

2. Tìm thể tích phần không gian giới hạn bởi mp(P) và ba mặt phẳng tọa độ

**Câu VII.a:** Chứng minh rằng trong mặt phẳng phức 4 điểm biểu diễn cho các số: $4+(3+\sqrt{3})i; 2+(3+\sqrt{3})i; 1+3i; 3+i$ thuộc cùng một đường tròn.

• Gọi tọa độ của các điểm đề cho là $A(1;3), B(3;1)$, $C\left(4;3+\sqrt{3}\right), D\left(2;3+\sqrt{3}\right)$

Ta dễ nhận thấy hai điểm *C, D* có tung độ bằng nhau nên chúng mằm trên đường thẳng $y=3+\sqrt{3}$ song song với trục hoành, điểm *C* nằm bên phải điểm *D*.

COn hai điểm *A, B* nằm dưới đường thẳng $CD$ đồng thời điểm *A* nằm phía trên, bên trái điểm *B*. Như vậy tứ giác *ABCD* là tứ giác lồi. (Các em tự vẽ hình minh họa)

Ký hiệu $\alpha=\widehat{ADC}; \beta=\widehat{ABC}$. Ta sẽ chứng minh $\alpha+\beta=\pi$ ($180^0$). Suy ra tứ giác *ABCD* nội tiếp được vì có tổng hai góc đối bằng $180^0$.

• Ta có $\overrightarrow{DA}=\left(-1;-\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{DC}=(2;0)$ và $\overrightarrow{BA}=(-2;2)$, $\overrightarrow{BC}=\left(1;2+\sqrt{3}\right)$

Suy ra $\cos\alpha=\cos\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}}{DA.DC}=\dfrac{-2}{\sqrt{1+3}.\sqrt{4}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=120^0$

Và $\cos\beta=\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{BA.BC}=\dfrac{-2+2\left(2+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{4+4}\sqrt{1+\left(2+\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{2\left(1+\sqrt{3}\right)}{2\sqrt{2}\sqrt{8+4\sqrt{3}}}$

$\cos\beta=\dfrac{2\left(1+\sqrt{3}\right)}{2\sqrt{16+8\sqrt{3}}}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{4\left(1+\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\beta=60^0$.

Suy ra $\alpha+\beta=120^0+60^0=180^0$.



Vậy tứ giác *ABCD* có tổng hai góc đối diện bằng $180^0$ nên nội tiếp được, nghĩa là bốn điểm *A, B, C, D* cùng nằm trên một đường tròn.

**Cách 2:**

Gọi tọa độ của các điểm đề cho là $A(1;3), B(3;1)$, $C\left(4;3+\sqrt{3}\right), D\left(2;3+\sqrt{3}\right)$

Ta dễ nhận thấy hai điểm *C, D* có tung độ bằng nhau nên chúng mằm trên đường thẳng $y=3+\sqrt{3}$ song song với trục hoành, điểm *C* nằm bên phải điểm *D*. Trung điểm của *CD* là điểm $M\left(3;3+\sqrt{3}\right)$.

• Do đó tâm của đường tròn đi qua 4 điểm *A, B, C, D* (nếu có) phải nằm trên đường trung trực của cạnh *CD*, là đường thẳng đi qua *M* và vuông góc với *CD* có phương trình $x=3$.

• Gọi tọa độ tâm đường tròn nói trên là $I(3;y)$, ta có $IC=ID$

Điều kiện cần và đủ để đường trong đi qua 4 điểm *A, B, C, D* là $IA=IB=IC$.

Ta có $IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(3-1)^2+(y-3)^2=(3-3)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 4+y^2-6y+9=y^2-2y+1\Leftrightarrow 4y=12\Leftrightarrow y=3$.

Vậy ta có $I(3;3)$

• Lúc này $IA=IB=\sqrt{(3-3)^2+(3-1)^2}=2$.

Và $IC=\sqrt{(4-3)^2+\left(3+\sqrt{3}-3\right)^2}=\sqrt{1+3}=2$. Vậy ta có $IA=IB=IC=ID=2$.

• Kết luận 4 điểm *A, B, C, D* cùng nằm trên đường tròn có tâm $I(3;3)$ và bán kính bằng 2.

*Nhận xét: Cách 2 khá hay, đặc biệt nhanh gọn với yêu cầu tìm tâm và bán kính đường tròn.*

**Câu VI.b.1:** Trong mp(Oxy) cho đường tròn (C): $x^2+y^2-12x-4y+36=0$.
Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với 2 trục toạ độ và tiếp xúc ngoài với (C)

• Ph/trình đường tròn dạng chính tắc $(C):(x-6)^2+(y-2)^2=4$

Suy ra đường tròn $(C)$ có tâm $I(6;2)$ và bán kính $R=2$.

Đường tròn $(C)$ tiếp xúc với trục hoành và nằm ở phía trên trục hoành.

• Do vậy, đường tròn $(C')$ tiếp xúc với hai trục tọa độ và tiếp xúc ngoài với $(C)$ khi $(C')$ có tâm $I'(a;b)$ nằm ở góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ $Oxy$. Do đó $a>0,b>0$.

• $(C')$ tiếp xúc với hai trục tọa độ nếu $I'(a;b)$ cách đều hai trục tọa độ *Ox, Oy*.

$\Leftrightarrow a=b$ . Bán kính đường tròn $(C')$ bằng $R'=a=b$.

Lúc này tâm $I'(a;a)$

• $(C')$ tiếp xúc ngoài với $(C)\Leftrightarrow I'I=R+R'\Leftrightarrow\sqrt{(a-6)^2+(a-2)^2}=2+a$

$\Leftrightarrow\sqrt{2a^2-16a+40}=a+2\Leftrightarrow 2a^2-16a+40=(a+2)^2$

$\Leftrightarrow a^2-20a+36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=18\\a=2\end{array}\right.$.

• Vậy có hai đường tròn thỏa yêu cầu bài toán, có phương trình

$(C'):(x-2)^2+(y-2)^2=4$ và $(C'):(x-18)^2+(y-18)^2=324$.

Nhận xét: Ta có thể giải tổng quát nếu không chú ý đến vị trí của $(C)$ ở góc phần tư thứ nhất. Khi đó ta gọi tạo độ tâm của $(C')$ là $I'(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có $(C')$ tiếp xúc với hai trục tọa độ nếu $I'(a;b)$ cách đều hai trục tọa độ *Ox, Oy*. Khi đó ta có $|a|=|b|\Leftrightarrow a=\pm b$. Chú ý $R'=|a|=|b|$.

Đến đây phải xét từng trường hợp và giải tiếp như trên



**Câu VI.b.2:** Trong không gian Oxyz cho họ đường thẳng :($d_m$) $\begin{cases}x+mz-m=0\\(1-m)x-my=0\end{cases}$.
Chứng minh họ đường thẳng luôn thuộc một mặt phẳng cố định

• Đường thẳng $(d_m)$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+mz-m=0$ và $(Q):(1-m)x-my=0$ với điều kiện $m\neq 0$.

Bởi vì nếu $m=0$ thì $(P)\equiv(Q):x=0$ lúc này $(d_m)$ không xác định.

• Vecto pháp tuyến của $(P)$ là $\overrightarrow{n_1}=(1;0;m)$

Vecto pháp tuyến của $(Q)$ là $\overrightarrow{n_2}=(1-m;-m;0)$.

Xét vecto $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=\left(\begin{vmatrix}0&m\\-m&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}m&1\\0&1-m\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&0\\1-m&-m\end{vmatrix}\right)=\left(m^2;m(1-m);-m\right)$

- Ta có $\vec{u} \neq \vec{0}(0;0;0)$ với mọi $m \neq 0$ nên nó là vecto chỉ phương của đường thẳng $(d_m)$.

Xét vetcto $\vec{n} = (1;1;1)$, ta có $\vec{u}.\vec{n} = 1.m^2 + 1.m.(1-m) + 1.(-m) = 0$.

Suy ra $\vec{u} \perp \vec{n}$ (1)

Xét điểm $M(x;y;0)$ thuộc $(d_m)$ khi đó ta có $\begin{cases} x - m = 0 \\ (1-m)x - my = 0 \end{cases}$, $(m \neq 0)$

Giải hệ ta được $x = m; y = 1 - m$.

- Vậy $(d_m)$ luôn đi qua điểm $M(m;1-m;0)$. (2)

Kết hợp (1) và (2) ta suy ra đường thẳng $(d_m)$ luôn đi qua điểm $M(m;1-m;0)$ và vuông góc với giá của vecto $\vec{n} = (1;1;1)$, do đó $(d_m)$ nằm trong mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $m$ và vuông góc với giá của vecto $\vec{n} = (1;1;1)$, tức $(P)$ nhận $\vec{n} = (1;1;1)$ làm vecto pháp tuyến.

- Phương trình của mặt phẳng $(P)$: $1(x-m) + 1(y-1+m) + 1.(z-0) = 0$

$\Leftrightarrow x + y + z - 1 = 0$

- Kết luận: Họ đường thẳng $(d_m)$ đã cho luôn nằm trong mặt phẳng cố định có phương trình $(P): x + y + z - 1 = 0$ với mọi $m \neq 0$.

## Cách 2:

- Đường thẳng $(d_m)$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + mz - m = 0$ và $(Q): (1-m)x - my = 0$ với điều kiện $m \neq 0$.

Bởi vì nếu $m = 0$ thì $(P) \equiv (Q): x = 0$ lúc này $(d_m)$ không xác định.

- Xét điểm $M(x;y;z) \in (d_m)$ tùy ý, ta có $\begin{cases} x - m = 0 \\ (1-m)x - my = 0 \end{cases}$, $(m \neq 0)$

Trừ hai phương trình trên cho nhau theo vế ta được

$x + mz - m - \left[(1-m)x - my\right] = 0$

$\Leftrightarrow x + mz - m - x + mx + my = 0 \Leftrightarrow m(x + y + z - 1) = 0$

Vì $m \neq 0$ suy ra $x + y + z - 1 = 0$.

- Vậy quỹ tích các điểm $M(x;y;z) \in (d_m)$ là mặt phẳng có phương trình $x + y + z - 1 = 0$.

Đó là điều phải chứng minh !

> *Nhận xét: Qua bài tập này, các em tự rút ra cho mình cách giải phù hợp ! Iển nhiên cách giải thứ nhất hơi dài nhưng đó cách làm luôn đi đến kết quả (do yêu cầu đề bài). Ở cách 1 này, việc quan trọng là ta chỉ ra được vecto $\vec{n} \perp \vec{u}$ và $\vec{n}$ là một vecto cố định, không phụ thuộc vào m. Còn cách thứ hai thì tùy thuộc vào cách khử* m *để tìm được biểu thức theo x, y, z độc lập đối với m.*

**Câu VII.b:** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x-y} + 7\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 6 = 0 & (1) \\ \lg(3x-y) + \lg(y+x) - 4\lg 2 = 0 & (2) \end{cases}$

- Điều kiện xác định $\begin{cases} 3x - y > 0 \\ y + x > 0 \end{cases}$ (*).

- Ta có $(1) \Leftrightarrow 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2\left(x-\frac{y}{2}\right)} + 7\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-\frac{y}{2}} - 6 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^{x-\frac{y}{2}}$, với $t > 0$. Khi đó phương trình (3) trở thành $3t^2 + 7t - 6 = 0$

Giải ta được $t = \frac{2}{3}$ và $t = -3 < 0$ (nghiệm này loại).

Từ đó ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-\frac{y}{2}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x - \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow y = 2x - 2$.

• Lại có $(2) \Leftrightarrow \log\left[(3x-y)(x+y)\right] = \log 16 \Leftrightarrow (3x-y)(x+y) = 16 \quad (4)$

Thay $y = 2x - 2$ vào phương trình (4) ta được $(3x - 2x + 2)(x + 2x - 2) = 16$

$$\Leftrightarrow (x+2)(3x-2) = 16 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -10/3 \end{array}\right.$$

• Với $x = 2$ ta có $y = 2.2 - 2 = 2$ thỏa mãn điều kiện (*).

Với $x = -\frac{10}{3}$ ta có $y = 2\left(-\frac{10}{3} - 2\right) = -\frac{32}{3}$. Cặp nghiệm này không thỏa điều kiện (*).

• Kết luận: Hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;2)$.