

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ 02**

**Câu I.1: (2 điểm)**

Cho hàm số :  $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ , có đồ thị ( $C_m$ )

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $C_2$ ) của hàm số khi  $m = 2$ .
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

**Câu I.1: Học sinh tự giải**

**Câu I.2:**

• Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

• Đạo hàm  $y' = 4x^3 - 8(m-1)x = 4x(x^2 - 2m + 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m - 2 \end{cases}$$

• Điều kiện để đồ thị hàm số đã cho có ba cực trị là p/trình  $y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt đồng thời  $y'$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua ba nghiệm đó.

Đ/khiên này được thỏa mãn  $\Leftrightarrow x^2 = 2m - 2$  có hai nghiệm phân biệt khác  $x = 0$

$$\Leftrightarrow 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

{ Các em có thể vẽ bảng biến thiên để chứng tỏ điều này }

• Kết luận :  $m > 1$

**Câu II.1:** Giải phương trình :  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 5 \sin^2 x - 4$  (1)

Gợi ý giải:

**Cách 1:**

• Điều kiện:  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \neq 0$

Đặt  $t = \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} - t$ .

Ta có  $\sin^2(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - t\right) \stackrel{Habc}{=} \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2t\right) \right] = \frac{1}{2}(1 - \sin 2t)$

P/trình đã cho trở thành  $\tan t = 5 \cdot \frac{1}{2}(1 - \sin 2t) - 4$ . (2)

Ta có công thức quan hệ giữa  $\sin 2t$  và  $\tan t$  là  $\sin 2t = \frac{2 \tan t}{1 + \tan^2 t}$ .

Nên (2)  $\Leftrightarrow 2 \tan t = -3 - 5 \sin 2t \Leftrightarrow 2 \tan t = -3 - \frac{10 \tan t}{1 + \tan^2 t}$

$\Leftrightarrow (2 \tan t + 3)(1 + \tan^2 t) + 10 \tan t = 0$

$\Leftrightarrow 2 \tan^3 t + 3 \tan^2 t + 12 \tan t + 3 = 0$

Phương trình này có nghiệm quá lẻ ! (**Thầy giải trên Maple**)

$$\tan t = \frac{(5 + 4\sqrt{23})^{(1/3)}}{2} - \frac{7}{2(5 + 4\sqrt{23})^{(1/3)}} - \frac{1}{2} ; \{ \tan t = -0.2643958530 \}$$

**Nhận xét:**

Nếu thay đổi (1) thành phương trình  $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 5\sin^2 x - 4$  khi đó nghiệm sẽ chẵn hơn. Các em thử xem nhé!

{Đáp số là  $\tan t = -1; \tan t = 3; \tan t = -\frac{1}{2}$  với  $t = \frac{\pi}{4} - x$  }.

**Cách khác:** Các em tự tìm thêm.

**Câu II.2:**

Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 2\log_{3x+1}(2x+1) - 1 = \log_{3x+1} \frac{4x^2y+1+2x(y+1)}{6x^2+5x+1} & (1) \\ 2^{y-4} + 2^{2x-1} - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

• Điều kiện: 
$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 3x+1 > 0 \\ 3x+1 \neq 1 \\ \frac{4x^2y+1+2x(y+1)}{6x^2+5x+1} > 0 \end{cases}$$

• Khi đó (1)  $\Leftrightarrow \log_{3x+1}(2x+1)^2 - 1 = \log_{3x+1} \frac{(2x+1)(2xy+1)}{(2x+1)(3x+1)}$

$\Leftrightarrow \log_{3x+1}(2x+1)^2 - 1 = \log_{3x+1} \frac{2xy+1}{3x+1}$

$\Leftrightarrow \log_{3x+1}(2x+1)^2 - 1 = \log_{3x+1}(2xy+1) - 1$

$\Leftrightarrow \log_{3x+1}(2x+1)^2 = \log_{3x+1}(2xy+1)$

$\Leftrightarrow (2x+1)^2 = 2xy+1 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 2xy = 0 \Leftrightarrow 2x(2x+2-y) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x+2-y = 0 \end{cases}$

• Tr/hợp  $x = 0$  không thỏa điều kiện  $3x+1 \neq 0$  (vì  $3x+1 = 3 \cdot 0 + 1 = 1$ )

• Tr/hợp  $2x+2-y = 0 \Leftrightarrow y = 2x+2$ , thay vào ph/trình (2) ta được:

$2^{2x-2} + 2^{2x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + 1\right) \cdot 2^{2x-1} = 1 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x-1 = \log_2 \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow 2x-1 = 1 - \log_2 3 \Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{2} \log_2 3 > 0$

Ta có  $y = 4 - \log_2 3 > 0$ .

• Nghiệm  $\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2} \log_2 3 \\ y = 4 - \log_2 3 \end{cases}$  thỏa mãn điều kiện nên là nghiệm duy nhất của hệ.

**Câu III:** Cho hình chóp tam giác S.ABC, có SA = 2 mặt đáy ABC có diện tích bằng 4. Hai mặt bên (SAB) và (SBC) lần lượt tạo với hai mặt đáy các góc 45° và 60°. Tính thể tích khối chóp S.ABC

- Theo thầy, bài toán này có hơn một đáp số.  
Các em có thể xét hình chóp trong trường hợp đáy ABC là tam giác đều.  
Và tr/hợp thứ hai, đáy ABC là tam giác vuông cân.  
So sánh kết quả ở hai tr/hợp trên → Bài toán thiếu giả thiết !

**Câu IV:** Tính tích phân :  $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x \left(1 + \sqrt[3]{2 \ln^2 x + 1}\right)} dx$

- Đặt  $t = 1 + \sqrt[3]{2 \ln^2 x + 1}$ , ta có  $(t-1)^3 = 2 \ln^2 x + 1$

Lấy vi phân hai vế theo biến tương ứng, ta được  $3(t-1)^2 dt = 4 \ln x \cdot \frac{dx}{x}$ .

Suy ra  $\frac{\ln x}{x} = \frac{3(t-1)^2}{4} dt$ .

- Đổi cận: Với  $x = 1$  ta có  $t = 2$ ; với  $x = e^2$  ta có  $t = 1 + \sqrt[3]{9}$ .

- Vậy  $I = \int_2^{1+\sqrt[3]{9}} \frac{1}{t} \cdot \frac{3(t-1)^2}{4} dt = \frac{3}{4} \int_2^{1+\sqrt[3]{9}} \frac{(t-1)^2}{t} dt$

$$I = \frac{3}{4} \int_2^{1+\sqrt[3]{9}} \left(t - 2 + \frac{1}{t}\right) dt = \frac{3}{4} \left(\frac{t^2}{2} - 2t + \ln t\right) \Big|_2^{1+\sqrt[3]{9}} = \frac{3\sqrt[3]{3} + 1}{2} - \sqrt[3]{9} - \ln \frac{2}{1 + \sqrt[3]{9}}$$

**Câu V:** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 2$ .

Chứng minh rằng :  $\frac{ab}{2-c} + \frac{bc}{2-a} + \frac{ca}{2-b} \leq 1$

- Từ giả thiết, ta suy ra  $2-c = a+b; 2-b = a+c; 2-a = b+c$

- Khi đó  $\frac{ab}{2-c} + \frac{bc}{2-a} + \frac{ca}{2-b} = \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{a+c} = \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}}$  (1)

Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương, ta có

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \geq \frac{2}{\sqrt{ab}}; \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{2}{\sqrt{bc}}; \frac{1}{c} + \frac{1}{a} \geq \frac{2}{\sqrt{ac}}$$

Dấu “=” ở ba BĐT trên xảy ra khi  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow a = b = c$ .

$$\text{Suy ra } \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} \leq \frac{\sqrt{ab}}{2}; \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b}} \leq \frac{\sqrt{bc}}{2}; \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}} \leq \frac{\sqrt{ac}}{2}$$

$$\text{Cộng ba BĐT này theo vế ta được } \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}} \leq \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}{2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác ta có } 2 = a + b + c = \left(\frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{b+c}{2}\right) + \left(\frac{c+a}{2}\right) \stackrel{\text{Così}}{\geq} \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \quad (3)$$

- Kết hợp (1), (2) và (3) ta suy ra  $\frac{ab}{2-c} + \frac{bc}{2-a} + \frac{ca}{2-b} \leq \frac{2}{2} = 1$  (đpcm)

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a = b = c \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2}{3}.$$

**Câu VI.a.1:** Cho tam giác ABC với  $A(1;5)$ ,  $B(-4;-5)$ ,  $C(4;-1)$ . Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

• *Trực tâm tam giác là giao điểm của ba đường cao của tam giác ấy.*

*Vậy để tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC ta tìm (viết) phương trình hai đường cao của tam giác, sau đó giải hệ phương trình suy ra tọa độ cần tìm.*

• Đường cao hạ từ đỉnh  $A(1;5)$  là đường thẳng  $(d)$  vuông góc với BC nên nhận vectơ  $\overline{BC} = (8;-4)$  làm vectơ pháp tuyến.

$$\text{PTTQ của } (d) \text{ là } 8(x-1) - 4(y-5) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3 = 0$$

• Tương tự, ta có PTTQ của đường cao  $(d')$  hạ từ đỉnh  $B(-4;-5)$  là

$$3(x+4) - 6(y+5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 6 = 0$$

• Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x - 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ ta được  $x = y = -6$ . Suy ra tọa độ của  $H(-6;-6)$ .

*Với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ta có nhiều cách tìm:*

**Cách 1:**

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC.

• Đường trung trực  $(d_1)$  của cạnh BC đi qua trung điểm  $M(0;-3)$  của cạnh BC, đồng thời vuông góc với BC nên nhận  $\overline{BC} = (8;-4)$  làm vectơ pháp tuyến.

$$\text{PTTQ của } (d_1) \text{ là } 8(x-0) - 4(y+3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3 = 0$$

• Đường trung trực  $(d_2)$  của cạnh AC đi qua trung điểm  $N\left(\frac{5}{2}; 2\right)$  của cạnh AC, đồng thời vuông góc với AC nên nhận  $\overline{AC} = (3;-6)$  làm vectơ pháp tuyến.

$$\text{PTTQ của } (d_2) \text{ là } 3\left(x - \frac{5}{2}\right) - 6(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y + 3 = 0$$

• Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  nên có tọa

$$\text{độ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ 2x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ ta được  $x = -\frac{3}{2}; y = 0$ . Suy ra tọa độ tâm  $I\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ .

**Cách 2:**

• Giả sử p/trình đ/tròn ngoại tiếp tam giác ABC là  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (\*)

(Với  $a^2 + b^2 - c > 0$ )

• Theo giả thiết, đ/tròn đi qua ba điểm  $A(1;5), B(-4;-5), C(4;-1)$  nên tọa độ của ba điểm này thỏa mãn p/trình (\*), do đó ta có hệ

$$\begin{cases} 1+25-2a-10b+c=0 \\ 16+25+8a+10b+c=0 \\ 16+1-8a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+10b-c=26 \\ 8a+10b+c=-41 \\ 8a-2b-c=17 \end{cases}$$

Giải hệ ta được  $a = -\frac{3}{2}; b = 0; c = -29$  (thỏa điều kiện  $a^2 + b^2 - c > 0$ )

- Suy ra tâm đường tròn có tọa độ  $I(a; b) \equiv I\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ .

**Cách 3:**

- Gọi  $I(a; b)$  là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- Khi đó ta có  $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-5)^2 = (a+4)^2 + (b+5)^2 \\ (a-1)^2 + (b-5)^2 = (a-4)^2 + (b+1)^2 \end{cases}$$

- Rút gọn và giải hệ này ta sẽ tìm được tọa độ của tâm  $I$ .

**Câu VI.a.2:** Viết phương trình tham số đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(-4; -5; 3)$  và cắt hai

đường thẳng :  $(d_1): \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$  và  $(d_2): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

- Gọi tọa độ các điểm  $A \in (d_1); B \in (d_2)$  có dạng

$$A(-1+3a; -3-2a; 2-a); B(2+2b; -1+3b; 1-5b), \text{ với } a, b \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } \overline{MA} = (3a+3; -2a+2; -a-1); \overline{MB} = (2b+6; 3b+4; -5b-2)$$

- Đường thẳng ( $\Delta$ ) thỏa mãn yêu cầu bài toán đi qua ba điểm  $M, A, B$  nên ta có  $\overline{MA}; \overline{MB}$  cùng phương  $\Leftrightarrow [\overline{MA}; \overline{MB}] = \vec{0}$ .

$$\text{Ta có } [\overline{MA}; \overline{MB}] = \left( \begin{vmatrix} -2a+2 & -a-1 \\ 3b+4 & -5b-2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -a-1 & 3a+3 \\ -5b-2 & 2b+6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3a+3 & -2a+2 \\ 2b+6 & 3b+4 \end{vmatrix} \right)$$

$$[\overline{MA}; \overline{MB}] = (13ab+8a-7b; 13ab+13b; 13ab+24a+5b)$$

$$[\overline{MA}; \overline{MB}] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 13ab+8a-7b=0 & (1) \\ 13ab+13b=0 & (2) \\ 13ab+24a+5b=0 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (2) \Leftrightarrow 13b(a+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases}$$

- Tr/hợp  $a = -1$ , thay vào (1) và (2) ta có hệ  $\begin{cases} -13b-8-7b=0 \\ -13b-24+5b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{5} \\ b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow b \in \emptyset$ .

- Tr/hợp  $b = 0$ , thay vào (1) và (2) ta có hệ  $\begin{cases} 8a=0 \\ 24a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0$ .

- Suy ra  $A(-1; -3; 2)$ ,  $B(2; -1; 1)$

Vậy đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua  $M(-4; -5; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\overline{MA} = (3; 2; -1)$  nên có

$$\text{ph/trình tham số là } (\Delta): \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

**Câu VII.a:** Tìm hệ số của  $x^3$  trong khai triển thành đa thức :  $f(x) = (1 - x - 3x^2)^4$

- Theo công thức khai triển nhị thức Newton, ta có

$$f(x) = (1 - x(1 + 3x))^4 = 1 - 4(x + 3x^2) + 6x^2(1 + 3x)^2 - 4x^3(1 + 3x)^3 + x^4(1 + 3x)^4$$

- Như vậy số hạng chứa  $x^3$  chỉ có trong các số hạng  $6x^2(1 + 3x)^2$ ;  $-4x^3(1 + 3x)^3$ .

- Số hạng chứa  $x^3$  có trong  $6x^2(1 + 3x)^2$  bằng  $6x^2 \cdot 6x = 36x^3$

- Số hạng chứa  $x^3$  có trong  $-4x^3(1 + 3x)^3$  bằng  $-4x^3 \cdot 1 = -4x^3$ .

- Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^3$  có trong  $f(x)$  bằng  $a_3 = 36 - 4 = 32$ .

So sánh với Đáp án do Maple tìm

> `coeff((1-x-3*x^2)^4, x, 3);`

32

**Câu VI.b.1:** Cho tam giác ABC với  $A(1; 5)$ ,  $B(-4; -5)$ ,  $C(4; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Như câu VI.a.1

**Câu VI.b.2:** Lập phương trình chính tắc của đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$  :

$$y + 2z = 0 \text{ và cắt hai đường thẳng : } (d_1): \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4} ; (d_2): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

- Gọi  $M, N$  lần lượt là tọa độ giao điểm của mặt phẳng  $(P)$  với các đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$ . Đường thẳng  $(\Delta)$  thỏa yêu cầu đề bài là đường thẳng đi qua hai điểm  $M, N$ .

$$\bullet \text{ Tọa độ của } M \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} y + 2z = 0 \\ \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 2z = 0 \\ x - 1 = -y \\ 4y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Suy ra  $M(1; 0; 0)$ .

$$\bullet \text{ Tọa độ của } N \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \\ z = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

Suy ra  $N(5; -2; 1)$

- Đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua hai điểm  $M(1; 0; 0)$ ,  $N(5; -2; 1)$  và nhận  $\overline{MN} = (4; -2; 1)$  làm vectơ chỉ phương. Suy ra ph/trình tham số của  $(\Delta)$  là

$$(\Delta): \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$$

**Câu VII.b:** Tìm hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $(x^2 - x - 1)^n$  thành đa thức. Trong đó  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$

• Đầu tiên ta tìm  $n$ . Để ý rằng trong hệ thức  $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$  chỉ có  $n$  số hạng  $C_{2n+1}^k$ . Trong khi số phần tử của tổ hợp là  $2n+1$ . Vậy ta cứ khai triển nhị thức với số mũ bằng  $2n+1$ .

• Ta có  $(1+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n + C_{2n+1}^{n+1} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$

Mà theo tính chất của tổ hợp ta có  $C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k}$ .

Cụ thể là  $C_{2n+1}^0 = C_{2n+1}^{2n+1} = 1; C_{2n+1}^1 = C_{2n+1}^{2n}; C_{2n+1}^2 = C_{2n+1}^{2n-1}; \dots; C_{2n+1}^n = C_{2n+1}^{n+1}$ .

Có tất cả  $\frac{2n+1+1}{2} = n+1$  cặp như vậy.

Từ đó suy ra  $2^{2n+1} = (1+1)^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n)$

$$\Leftrightarrow C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = \frac{2^{2n+1}}{2} = 2^{2n}$$

$$\Leftrightarrow C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{2n} - C_{2n+1}^0 = 2^{2n} - 1$$

• Theo giả thiết, ta có  $2^{2n} - 1 = 2^{20} - 1 \Leftrightarrow 2n = 20 \Leftrightarrow n = 10$ .

Khai triển biểu thức  $(x^2 - x - 1)^{10}$  theo khai triển Newton, ta có :

$$\begin{aligned} (x^2 - x - 1)^{10} &= ((x-1)x-1)^{10} = C_{10}^0 (x-1)^{10} x^{10} - C_{10}^1 (x-1)^9 x^9 + C_{10}^2 (x-1)^8 x^8 + \\ &- C_{10}^3 (x-1)^7 x^7 + C_{10}^4 (x-1)^6 x^6 - C_{10}^5 (x-1)^5 x^5 + C_{10}^6 (x-1)^4 x^4 + \\ &- C_{10}^7 (x-1)^3 x^3 + C_{10}^8 (x-1)^2 x^2 - C_{10}^9 (x-1)x + C_{10}^{10} \end{aligned}$$

• Như vậy, các số hạng chứa  $x^6$  gồm các số hạng sau

$$C_{10}^4 (x-1)^6 x^6; -C_{10}^5 (x-1)^5 x^5; C_{10}^6 (x-1)^4 x^4; -C_{10}^7 (x-1)^3 x^3$$

• Cụ thể:

- Số hạng chứa  $x^6$  trong  $C_{10}^4 (x-1)^6 x^6$  bằng  $C_{10}^4 \cdot C_6^6 \cdot (-1)^6 \cdot x^6 = 210x^6$

- Số hạng chứa  $x^6$  trong  $-C_{10}^5 (x-1)^5 x^5$  bằng  $-C_{10}^5 C_5^4 x \cdot (-1)^4 x^5 = -1260x^6$

- Số hạng chứa  $x^6$  trong  $C_{10}^6 (x-1)^4 x^4$  bằng  $C_{10}^6 C_4^2 x^2 \cdot (-1)^2 x^6 = 1260x^6$

- Số hạng chứa  $x^6$  trong  $-C_{10}^7 (x-1)^3 x^3$  bằng  $-C_{10}^7 C_3^0 x^3 \cdot (-1)^0 \cdot x^6 = -120x^6$

• Vậy, hệ số của số hạng chứa  $x^6$  cần tìm thỏa yêu cầu đề bài bằng

$$a_6 = 210 - 1260 + 1260 - 120 = 90$$

Hãy xem đáp án do Maple tìm nhé:

```
> coeff((x^2-x-1)^10, x, 6);
```

90

Nhận xét: Các em có thể xem thêm các cách trình bày khác ở các đề trước nhé !