LỜI NÓI ĐẦU

Kì thi tuyển sinh vào các trường Đại học và Cao đẳng năm học 2009 – 2010 sắp đến với nhiều thay đổi so với các kì thi trước đây. Năm đầu tiên, thế hệ học sinh học chương trình phân ban 2006 dự thi Đại học – Cao đẳng, do vậy sẽ có không ít những băn khoăn cả và đề thi và cách thức tuyển sinh.

Trên cơ sở Cấu trúc Đề thi tuyển sinh Đại học – Cao đẳng 2009 do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành, để có tài liệu học tập và luyện thi, tác giả đã lựa tuyển trên 20 đề thi môn Toán nhằm giúp các em có cách nhìn toàn diện về kiến thức và kĩ nămg cần nắm vững trước khi bước vào Kì thi với tâm thế vững vàng nhất. Tác giả hi vọng tài liệu này sẽ là tài liệu bổ ích cho các em học sinh lớp 12, trước hết là các học sinh lớp Ôn thi Đại học Điền Lư. Các em có thể trao đổi với tác giả tại website: http://violet.vn/doduonghieu

Mùa thi đã đến gần, chúc các em tự tin và thành công!

Thanh Hóa, tháng 3 năm 2009

ThS. Đỗ Đường Hiếu

ĐỀ SỐ 1

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I ***(2,0 điểm)***

Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Gọi (d) là đường thẳng đi qua $M(0;-1)$ và có hệ số góc k.Tìm k để dường thẳng (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt

Câu II ***(2,0 điểm)***

1. Giải phương trình: $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x(2\cos x - \sin x)$
2. Giải bất phương trình : $\dfrac{3}{\log_2(x+1)} > \dfrac{2}{\log_3(x+1)}$

Câu III ***(1,0 điểm)***

Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = |2x+2|$ và $y = -x^2 - 2x + 2$

Câu IV ***(1,0 điểm)***

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = a, BC = 2a, AA' = a. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho AM = 3MD. Tính thể tích khối chóp M.AB'C và khoảng cách từ M đến mp(AB'C).

Câu V ***(1 điểm)***

Cho x, y ,z là các số thực thoả mãn các điều kiện sau: $x + y + z = 0$; $x + 1 > 0$; $y + 1 > 0$; $z + 1 > 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $Q = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{y}{y+1} + \dfrac{z}{z+1}$

II. PHẦN RIÊNG *(3,0 điểm)*

Thí sinh chỉ đựoc làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a ***(2,0 điểm)***

1. Cho đường thẳng (d) : x-2y-2 = 0 và hai điểm A(0;1) , B (3;4) . Hãy tìm toạ độ điểm M trên (d) sao cho $2MA^2+MB^2$ có giá trị nhỏ nhất
2. Trong không gian Oxyz cho A(6; – 2;3), B(0;1;6), C(2;0; –1), D(4,1,0). Chứng minh bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Tính chiều cao DH của tứ diện ABCD

Câu VII.a ***(1,0 điểm)***

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2}} + \sqrt[4]{x^3}\right)^{17}$ $x \neq 0$

2. Theo chương trrình Nâng cao

Câu VI.b ***(2,0 điểm)***

1. Cho đường tròn $x^2+y^2-2x-6y+6=0$ và điểm M(2; 4). Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A,B sao cho M là trung điểm của đoạn AB.

2. Cho hai mặt phẳng (P): 2x – y – 2z + 3 = 0 và (Q): 2x – 6y + 3z – 4 = 0. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{2}$ đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

Câu VII.b ***(1 điểm)***

Tìm căn bậc hai của số phức $-1+4\sqrt{3}i$.

ĐỀ SỐ 2

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -3.
2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hòanh tại một điểm duy nhất.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^3+y^3=1 \\ x^2y+2xy^2+y^3=2 \end{cases}$
2. Giải phương trình: $2\sin^2(x-\frac{\pi}{4})=2\sin^2 x-\tan x$.

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân: $I=\int_1^2 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA = h vuông góc mặt phẳng (ABCD), M là điểm thay đổi trên CD. Kẻ SH vuông góc BM. Xác định vị trí M để thể tích tứ diện S.ABH đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhát đó.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $\sqrt[4]{x^2+1}-\sqrt{x}=m$

II. PHẦN RIÊNG *(3,0 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng d_1: x – 2y + 3 = 0, d_2 : 4x + 3y – 5 = 0. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm I trên d_1, tiếp xúc d_2 và có bán kính R = 2.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2},\ d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$$ và mặt phẳng (P): x – y – z = 0.

Tìm tọa độ hai điểm $M \in d_1$, $N \in d_2$ sao cho MN song song (P) và $MN = \sqrt{2}$.

Câu VII.a.*(1 điểm)*

Tìm số phức z thỏa mãn : $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^4 = 1$

2.Theo chương trình Nâng cao.

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB: x - 2y - 1 = 0$, đường chéo $BD: x - 7y + 14 = 0$ và đường chéo AC qua điểm M(2 ; 1). Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm O(0 ; 0 ; 0), A(0 ; 0 ; 4), B(2 ; 0 ; 0) và mặt phẳng (P): 2x + 2y – z + 5 = 0. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm O, A, B và có khỏang cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{5}{3}$.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải bất phương trình: $\log_x 3 < \log_{\frac{x}{3}} 3$

ĐỀ SỐ 3

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số: $y = \frac{x-2}{x-1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số.
2. Chứng minh rằng, với mọi $m \neq 0$, đường thẳng $y = mx - 3m$ cắt (H) tại hai điểm phân biệt, trong đó ít nhất một giao điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình: $\frac{1}{4} + \cos^2\frac{x}{3} = \frac{1}{2}\sin^2\frac{x}{2}$
2. Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = 3\log_8(4x)$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1+\cos^2 x}}dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Tính thể tích của khối hộp ABCD.A’B’C’D’ theo *a*. Biết rằng AA’B’D’ là khối tứ diện đều cạnh *a*.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình sau có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$: $3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}=m \quad (m\in\mathbb{R})$.

Câu VI. ***(1 điểm)***

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình: $2x-y-5=0$ và hai điểm $A(1;2)$; $B(4;1)$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng (d) và đi qua hai điểm A, B.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;2)$; $B(2;0;2)$.
   a) Tìm quỹ tích các điểm M sao cho $MA^2-MB^2=5$.
   b) Tìm quỹ tích các điểm cách đều hai mặt phẳng (OAB) và (Oxy).

Câu VII. ***(1 điểm)***

Với *n* là số tự nhiên, chứng minh đẳng thức:

$$C_n^0+2.C_n^1+3.C_n^2+4.C_n^3+...+n.C_n^{n-1}+(n+1).C_n^n=(n+2).2^{n-1}$$

ĐỀ SỐ 4

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y=x^4-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tìm trên trục tung điểm M mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số trên và hai tiếp tuyến đó đối xứng nhau qua trục tung và vuông góc với nhau.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải bất phương trình: $\dfrac{1}{1-2x}\ge\dfrac{2}{1+\sqrt{3x+1}}$
2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^3-x^3=y-x^2 \\ y^2+x^2=x-y \end{cases}$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân: $\int_0^1 x\ln(1+x^2)dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình bình hành, $AB=a$, $AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm các cạnh A'D', A'B'. Biết $AC'\perp mp(BDMN)$, tính thể tích khối đa diện A'NM.ABD.

Câu V. ***(1 điểm)***

Cho $x,y\in(0;1)$, $x\ne y$. Chứng minh rằng : $\dfrac{1}{y-x}\left(\ln\dfrac{y}{1-y}-\ln\dfrac{x}{1-x}\right)>4$

Câu VI. ***(1 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Phương trình đường thẳng chứa cạnh AB là $y=2x$, phương trình đường thẳng chứa cạnh AC là

$y = -0,25x + 2,25$, trọng tâm G của tam giác có tọa độ $\left(\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$. Tính diện tích của tam giác ABC.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng A'C và MN.

Câu VII. ***(1 điểm)***

Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{1}{x} - x^2 + x^3\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$

ĐỀ SỐ 5

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có đồ thị (C_m).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 0.
2. Tìm m để (C_m) có điểm cực đại và điểm cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng (d) : y = x + 2.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình : $2x^2 + 4 = 5\sqrt{x^3 + 1}$.
2. Giải phương trình : $\log_3(2^x + 1).\log_{\frac{1}{3}}(2^{x+1} + 2) + 2\log_3^2 2 = 0$.

Câu III. ***(1 điểm)***

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(2x-1)^7}$.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), SA = 3*a*. Đáy ABCD là hình bình hành, AB = *a*, BC = 2*a* và $\widehat{ABC} = 60^0$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và SD. Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng (SAB). Tính thể tích khối tứ diện MANC, theo *a*.

Câu V (1 điểm)

Cho x > y > 0. Chứng minh rằng $5\ln x - 4\ln y \geq \ln(5x - 4y)$.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm A(1 ; 0), B(3 ; −1) và đường thẳng (d) : x − 2y −1 = 0. Tìm điểm C thuộc (d) sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6.
2. Trong không gian Oxyz cho hai điểm A(3 ; 1 ; 1), B(1 ; 2 ; −1) và đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc A', B' của A, của B lên (d) và viết phương trình đường thẳng đi qua A', B'.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Có 7 cái hộp và 10 viên bi (mỗi hộp này đều có khả năng chứa nhiều hơn 10 viên bi). Hỏi có tất cả bao nhiêu cách đưa 10 viên bi này vào 7 hộp đó ?

2. Theo chương trình Nâng cao :

Câu IV.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy viết phương trình chính tắc của hyperbol (H) biết rằng tam giác có các cạnh nằm trên hai tiệm cận của (H) và trên đường thẳng vuông góc với trục thực tại đỉnh của (H) là tam giác đều.
2. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) : x +2y − z =0 và hai đường thẳng $(d):\begin{cases}x+y+z=0\\2x+y-2z+2=0\end{cases}$, $(a):\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ), biết rằng (Δ) vuông góc với (P) và (Δ) cắt cả hai đường thẳng (d) với (a).

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\log_2(y+x)-\log_2 x=\log_2(5y-x)\\\log_2 x+\log_3 y=0.\end{cases}$

ĐỀ SỐ 6

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y=2x^3-x^2$.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{x}\right)^3-\sqrt{x(1-x)}=m$ có nghiệm.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+xy=2\\x^3+2xy^2-2y=x\end{cases}$
2. Tìm m để phương trình $2x^2-2mx+1=3\sqrt{4x^3+2x}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu III. ***(1 điểm)***

Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ (C).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) hàm số trên và tiếp tuyến của nó tại điểm thuộcđồ thị hàm số có hoành độ bằng 2.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Tính tích phân: $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}dx}{\left(2e^{2x}+e^x-1\right)^2}$.

Câu V. ***(1 điểm)***

Cho *a, b, c* là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\frac{ab}{a^3+b^3}+\frac{bc}{b^3+c^3}+\frac{ca}{c^3+a^3}$.

Đẳng thức xảy ra khi nào?

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A nằm trên đường thẳng $(d): x-4y-2=0$, cạnh BC song song với (*d*), phương trình đường cao BH: $x+y+3=0$ và trung điểm cạnh AC là $M(1;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x+y+z+3=0$ và các điểm $A(3;1;1)$, $B(7;3;9)$, $C(2;2;2)$.
3. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\left|\overline{MA}+4\overline{MB}+9\overline{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Tìm hệ số x^4 trong khai triển đa thức của biểu thức: $P=\left(x^3-9x^2+23x-15\right)^{16}$.

2. Theo chương trình Nâng cao :

Câu VI.b. ***(1 điểm)***

1. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=1+t\\ y=0\\ z=-5-t\end{cases} \quad \text{và} \quad d_2:\begin{cases}x=0\\ y=4-2t'\\ z=5+3t'\end{cases}$$

Tìm $M\in d_1$, $N\in d_2$ sao cho $MN\perp d_1$, $MN\perp d_2$. Viết phương trình tham số của đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua gốc tọa độ và cắt đường tròn (C): $(x-2)^2+(y+3)^2=25$ thành một dây cung có độ dài bằng 8.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải phương trình: $\left(26+15\sqrt{3}\right)^{x}-\left(8+4\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x-2}=0$.

ĐỀ SỐ 7

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = mx + m + 3$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm m để (d) cắt (C) tại M(-1; 3), N, P sao cho tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc nhau.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-1)(y-1)(x+y-2)=6\\ x^2+y^2-2x-2y-3=0\end{cases}$
2. Giải phương trình : $\tan 2x+\cot x=8\cos^2 x$.

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=2^x$, $y=3-x$, trục hoành và trục tung.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khỏang cách từ O đến mặt bên là d. Tính thể tích khối chóp đã cho.

Câu V. ***(1 điểm)***

Chứng minh rằng trong mọi tam giác ta đều có:

$$\sin\left(\frac{\pi-A}{4}\right).\sin\left(\frac{\pi-B}{4}\right).\sin\left(\frac{\pi-C}{4}\right)\ge \sin\frac{A}{2}.\sin\frac{B}{2}.\sin\frac{C}{2}$$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa Oxy ,cho elip (E): $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{4}=1$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm AB.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz,viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và tạo với mặt phẳng (Q): $2x+y-\sqrt{3}z=0$ một góc 60^0

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $4^x-4m\left(2^x-1\right)=0$.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độOxy, cho hai điểm A(1 ; 2), B(1 ; 6) và đường tròn (C): $(x-2)^2+(y-1)^2=2$. Lập phương trình đường tròn (C’) qua B và tiếp xúc với (C) tại A.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với *a, b, c* là những số dương thay đổi sao cho $a^2+b^2+c^2=3$. Xác định *a, b, c* để khoảng cách từ O đến mp(ABC) lớn nhất.

Câu VII.b. *(1 điểm)*

Tìm m để phương trình: $4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2-\log_{\frac{1}{2}}x+m=0$ có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

ĐỀ SỐ 8

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
2. Tìm k để đường thẳng d: $y=kx+3$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm M, N sao cho tam giác OMN vuông góc tại O. (O là gốc tọa độ)

Câu II. *(1 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}|x-y|+|x+y|+\left|x^2-y^2\right|=5\\ 2(x^2+y^2)=5\end{cases}$
2. Cho phương trình: $\cos 4x=\cos^2 3x+m\sin^2 x$
   a) Giải phương trình khi m = 0
   b) Tìm m để phương trình có nghiệm trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{12}\right)$

Câu III. *(1 điểm)*

Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx$

Câu IV. *(1 điểm)*

Cho khối lăng trụ ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông cân có cạnh huyền $AB=\sqrt{2}$. Mặt bên (AA’B) vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AA'=\sqrt{3}$, góc $\widehat{A'AB}$ nhọn và mặt phẳng (A’AC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ.

Câu V. *(1 điểm)*

Với giá trị nào của m phương trình sau có bốn nghiệm thực phân biệt:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\left|x^2-4x+3\right|}=m^4-m^2+1$$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng d: $x-2y+\sqrt{5}-1=0$ và đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-3=0$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Lập phương trình đường tròn (C’) đi qua ba điểm A, B và điểm $C(0;2)$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$. Viết phương trình tham số của hình chiếu vuông góc của d trên $mp(\alpha)$.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Cho $n\in N, n\geq 2$. Chứng minh rằng: $C_n^0.C_n^1.C_n^2...C_n^n\leq\left(\frac{2^n-2}{n-1}\right)^{n-1}$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2;-1)$ và các cạnh $AB: 4x+y+15=0$, $AC: 2x+5y+3=0$. Tìm trên đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác điểm M sao cho tam giác BMC vuông tại M.
2. Trong không gian Oxyz cho 2 đường thẳng:

$$d_1:\begin{cases}x=1\\ y=-4+2t_1\\ z=3+t_1\end{cases} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=-3t_2\\ y=3+2t_2\\ z=-2\end{cases}$$

Lập phương trình đường thẳng đi qua $A(-1;1;2)$ và cắt d_1 và d_2.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải phương trình: $8\left(4^x+4^{-x}\right)-54\left(2^x+2^{-x}\right)+101=0$.

ĐỀ SỐ 9

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2. Chứng minh rằng đường thẳng (d) : y = x + 4 là trục đối xứng của (C).

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình : $\sqrt{3}.\sin x + \cos x = \dfrac{1}{\cos x}$.

2. Giải phương trình : $(20+14\sqrt{2})^x + (20-14\sqrt{2})^x = 4^{3x}$.

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$.

Câu IV (1 điểm)

Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC. Biết rằng SA = *h*, AB = 2*a*, BC = 4*a* và CA = 5*a*. Hãy tính thể tích khối chóp A.BCKH theo *a* và *h*.

Câu V. ***(1 điểm)***

Cho tam giác ABC. Gọi D là chân đường phân giác trong của tam giác ABC, vẽ từ đỉnh C. Chứng minh rằng : nếu $\widehat{ADC} = 45^0$ thì $AC^2 + BC^2 = 4R^2$.

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x+3)^2 + y^2 = 100$ và điểm $A(3;0)$. Đường tròn (C') thay đổi nhưng luôn đi qua A và tiếp xúc với (C). Tìm tập hợp tâm M của (C').
2. Trong không gian Oxyz cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện OABC (O là gốc tọa độ) và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = \dfrac{x}{2} + \sin^2 x$.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C):(x+3)^2 + y^2 = 100$ và điểm $A(3;0)$. Đường tròn (C') thay đổi nhưng luôn đi qua A và tiếp xúc với (C). Tìm tập hợp tâm M của (C').
2. Trong không gian Oxyz cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện OABC (O là gốc tọa độ) và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+2)x+2m+2}{x+2}$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y=x^3-3x^2-8x$.

ĐỀ SỐ 10

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

Cho hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.
2. Xác định *m* để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tiếp tuyến tại A và B của (C) song song với nhau.

Câu II. *(2 điểm)*

1. Giải phương trình: $3\tan^2 x+4\tan x+4\cot x+3\cot^2 x+2=0$
2. Giải bất phương trình : $x+1\ge\sqrt{2\left(x^2-1\right)}$

Câu III. *(1 điểm)*

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) : $y=-x^2+4x-3$ và hai tiếp tuyến của (P) tại hai điểm $A(0;-3)$ và $B(3;0)$

Câu IV. *(1 điểm)*

Cho một hình chóp tứ giác đều cạnh *a*, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Tính diện tích mặt cầu. Tính thể tích khối cầu tương ứng.

Câu V. *(1 điểm)*

Giải hệ phương trình khi a> 1

$$\begin{cases}\sqrt{x+a}+\sqrt{y+a}+\sqrt{z+a}=3\sqrt{\dfrac{a^2+1}{a}}\\ \sqrt{a-x}+\sqrt{a-y}+\sqrt{a-z}=3\sqrt{\dfrac{a^2-1}{a}}\end{cases}$$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. *(2 điểm)*

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình :

$$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$$

1. Xét vị trí tương đối của mặt phẳng (P) : $x+y-z+m=0$ và mặt cầu (S) tùy theo giá trị của *m*.

2. Tìm tọa độ giao điểm của (S) với đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;1;1)$ và $N(2;-1;5)$ và viết phương trình các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại các giao điểm ấy.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Có 8 quả cân lần lượt là: 1kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg, 6 kg, 7 kg, 8 kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong 8 quả cân đó. Tính xác suất để trọng lượng 3 quả cân được chon không vượt quá 9.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình : $y^2 = 64x$ và đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 46 = 0$. Hãy viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng Δ và tiếp xúc với parabol (P) và có bán kính nhỏ nhất.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;4;0)$, $C(0;0;-3)$. Xác định tâm và bán kính đường tròn đi qua ba điểm A, B, C. Viết phương trình đường tròn đó.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Tính tổng : $S = C_{2009}^0 - C_{2009}^2 + C_{2009}^4 - ... + C_{2009}^{2004} - C_{2009}^{2006} + C_{2009}^{2008}$

ĐỀ SỐ 11

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số : $y = x^3 + 3x - 2$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (C).
2. Tìm trên đồ thị (C) của hàm số cặp điểm đối xứng nhau qua điểm $I(2;18)$.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Chứng minh : $\dfrac{\sin^4 a + \cos^4 x - 1}{\sin^6 a + \cos^6 x - 1} = \dfrac{2}{3}$, $a \neq k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \sqrt{x+5} + \sqrt{y-2} = 7 \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{y+5} = 7 \end{cases}$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hình tròn (C): $x^2 + (y-2)^2 = 1$ khi quay quanh trục Ox.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình nón (N). Tính diện tích và thể tích khối cầu nội tiếp hình nón.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất :

$$\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d) có phương trình : $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ và ba điểm $A(2;0;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;0;1)$.

1. Tìm trên đường thẳng (d) điểm S sao cho : $\left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Tính thể tích hình chóp O.ABC.

Câu VIIa. ***(2 điểm)***

Chứng minh rằng : $\sin x+\tan x>2x,\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (Δ) có phương trình : $\frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-9}{1}$ và hai điểm $A(3;1;1)$, $B(-4;3;4)$.

1. Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và Δ chéo nhau và đồng thời vuông góc với nhau.
2. Tìm M trên đường thẳng Δ sao cho $MA+MB$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Chứng minh khi n chẵn, thì:

$$\frac{\cos nx}{\cos^n x}=1-C_n^2\tan^2 x+C_n^4\tan^4 x-...+(-1)^{\frac{n}{2}}C_n^n\tan^n x$$

ĐỀ SỐ 12

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số : $y=x^3+mx^2+9x-2$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số ứng với m= – 6.
2. Với giá trị nào của m trên đồ thị hàm số có các cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình : $\sin^2 x.\tan x+\cos^2 x.\cot x-\sin 2x=1+\tan x+\cot x$
2. Giải phương trình : $(x+3)\log_3^2(x+2)+4(x+2)\log_3(x+2)=16$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\tan x$, $y=\cot x$, $x=\frac{\pi}{4}$ quay quanh trục Ox.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (BCC'B') bằng φ. Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ.

Câu V. ***(1 điểm)***

Chứng minh rằng : $\frac{n}{C_n^0}+\frac{n-2}{C_n^1}+\frac{n-4}{C_n^2}+\frac{n-6}{C_n^3}+...+\frac{n-2k}{C_n^k}+...+\frac{n-2n}{C_n^n}=0$

(Trong đó C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử)

Câu VI. ***(2 điểm)***

1. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;-1)$, $B(1;-2)$ và trọng tâm G của tam giác ABC nằm trên đường thẳng $x+y-2=0$. Hãy tìm tọa độ điểm C biết rằng diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{3}{2}$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;2)$ song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình : $2x-y+3z+4=0$.

Câu VII. ***(1 điểm)***

Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức : $x(3+5i)+y(1-2i)=7-21i$

ĐỀ SỐ 13

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số : $y=x^4-4(m-1)x^2+2m-1$, có đồ thị (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_2) của hàm số khi m = 2.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để có ba điểm cực trị.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình : $\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=5\sin^2 x-4$
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2\log_{3x+1}(2x+1)-1=\log_{3x+1}\frac{2x^2y+1+2x(y+1)}{6x^2+5x+1} \\ 2^{y-4}+2^{2x-1}-1=0 \end{cases}$

Câu III. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp tam giác S.ABC, có SA = 2 mặt đáy ABC có diện tích bằng 4. Hai mặt bên (SAB) và (SBC) lần lượt tạo với hai mặt đáy các góc 45^o và 60^o. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

Câu IV. ***(2 điểm)***

Tính tích phân : $I=\int\limits_{1}^{e^2}\dfrac{\ln x}{x\left(1+\sqrt[3]{2\ln^2 x+1}\right)}$

Câu V. ***(2 điểm)***

Cho các số thực dương *a, b, c* thỏa mãn $a+b+c=2$. Chứng minh rằng :

$$\frac{ab}{2-c}+\frac{bc}{2-a}+\frac{ca}{2-b}\le 1$$

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Cho tam giác ABC với $A(1;5)$, $B(-4;-5)$, $C(4;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
2. Viết phương trình tham số đường thẳng Δ đi qua $M(-4;-5;3)$ và cắt hai đường thẳng :

$$(d_1):\begin{cases}x=-1+3t\\ y=-3-2t\\ z=2-t\end{cases} \quad \text{và} \quad (d_2):\begin{cases}x=2+2t\\ y=-1+3t\\ z=1-5t\end{cases}$$

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Tìm hệ số của x^3 trong khai triển thành đa thức : $f(x)=\left(1-x-3x^2\right)^4$.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Cho tam giác ABC với $A(1;5)$, $B(-4;-5)$, $C(4;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
2. Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) : $y+2z=0$ và cắt hai đường thẳng : $(d_1):\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{4}$; $(d_2):\begin{cases}x=2-t\\ y=4+2t\\ z=1\end{cases}$.

Câu VII.b. ***(2 điểm)***

Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(x^2-x-1\right)^n$ thành đa thức. Trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=2^{20}-1$

ĐỀ SỐ 14

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số : $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$, có đồ thị (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_m: $y=(m+1)x+m-2$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt sao cho tam giác AOB có diện tích bằng $\frac{3}{2}$.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải bất phương trình : $\left(x^2-3x\right)\sqrt{x^2-4x+3}\geq 0$
2. Giải phương trình : $\sin^2 x(\tan x+1)=3\sin x(\cos x-\sin x)+3$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=3^x$ và $y=2x+1$.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình lăng trụ ABC.A’B’C’ với A’.ABC là hình chóp tam giác đều cạnh đáy $AB=a$, cạnh bên $AA'=b$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng mp(ABC) và mp(A’BC). Tính $\tan\alpha$ và thể tích hình chóp A’.BCC’B’.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm *m* để hệ sau có nghiệm : $\begin{cases} 5^{x^2}\leq\left(\frac{1}{5}\right)^{4-5x} \\ 3x^2-mx\sqrt{x}+16=0 \end{cases}$

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$ sao cho qua M kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C): $x^2+y^2+2x-4y=0$ tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{AMB}=60^o$.
2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z}{1}$

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Cho hai số thực $x,y\geq 0$ thỏa mãn $\begin{cases} x+y\leq 4 \\ 3x+y\leq 6 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=9\sqrt[3]{x}+4\sqrt{y}$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elíp (E) : $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{2}=1$. Viết phương trình hypebol (H) có hai tiệm cận $y=\pm 2x$ và có hai tiêu điểm là hai tiêu điểm của (E).

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa OA sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P).

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{ab}{1+c}+\frac{bc}{1+a}+\frac{ca}{1+b}$.

ĐỀ SỐ 15

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I. ***(2 điểm)***

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số : $y=x^3+4x^2+4x+1$.
2. Tìm trên đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2+2x+1$những điểm A có khoảng cách đến đường thẳng $d:2x-y-1=0$ nhỏ nhất.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình : $2\log_9^2 x=\log_3 x.\log_3\left(\sqrt{2x+1}-1\right)$
2. Cho tam giác ABC có A, B nhọn và thỏa mãn $\sin^2 A+\sin^2 B=\sqrt[2009]{\sin C}$. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại C.

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân : $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{(\sin x-\cos x)\sin x}dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp tứ diện đều S.ABCD. Các mặt bên tạo với đáy góc β. Gọi K là trung điểm cạnh SB. Tính góc giữa hai mặt phẳng (AKC) và (SAB) theo β.

Câu V. ***(2 điểm)***

Cho bất phương trình : $\frac{m-3x^2-2x^3}{\sqrt{4-x^2}}\ge\sqrt{4-x^2}\left(x^2+2\right)$. Tìm *m* để bất phương trình có nghiệm x thuộc tập xác định.

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình : $x^2+y^2-6x+5=0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^o.

2. Trong không gian Oxyz cho 3 điểm $H\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $K\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $I\left(1;1;\frac{1}{3}\right)$. Tính côsin của góc tạo bởi mặt phẳng (HIK) và mặt phẳng tọa độ Oxy.

Câu VII.a. ***(2 điểm)***

Cho ba số dương *a, b, c* thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{a}{b^2+c^2}+\frac{b}{c^2+a^2}+\frac{c}{a^2+b^2}\geq\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng (d) : $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ và các điểm $A(2;0;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm trên đường thẳng (d) điểm S sao cho: $\left|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Viết phương trình đường phân giác của 2 đường thẳng $(d_1): 2x+y+3=0$, $(d_2): x+2y+6=0$.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Cho ba số thực dương *a, b, c* thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng :

$$\sqrt{a+b}+\sqrt{b+c}+\sqrt{c+a}\leq\sqrt{6}$$

ĐỀ SỐ 16

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH ***(7,0 điểm)***

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho họ $y=x^3-x^2+18mx-2m$ (C_m)

1. Khảo sát hàm số khi $m=1$
2. Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ thoả mãn: $x_1<0<x_2<x_3$

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình: $\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{3x}{2}+\sin\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2}+\sin 2x\cos 7x=0$
2. Giải bất phương trình: $x\sqrt{x^2-4x+5}+2x^2\geq 3x$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính thể tích vật thể tạo thành bởi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục Oy: $y=\left|x^2-1\right|$; $y=|x|+5$.

Câu VI. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp tứ giác đều ABCD mà khoảng cách từ A tới (SBC) là 2a. Xác định góc giữa mặt bên và mặt đáy để thể tích khối chóp nhỏ nhất. Tính thể tích đó.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3+y^3+z^3)-(x^2y+y^2z+z^2x)$ biết $0 \le x, y, z \le 1$.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} 2x+y+1=0 \\ x-y+z-1=0 \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} 3x+y-z+3=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases}$$

1. Chứng minh rằng d_1 và d_2 đồng phẳng và viết pt mp(P) chứa d_1 và d_2.
2. Tìm thể tích phần không gian giới hạn bởi mp(P) và ba mặt phẳng tọa độ.

Câu II. ***(1 điểm)***

Chứng minh rằng 4 điểm sau trong mặt phẳng phức biểu diễn cho các số: $4+(3+\sqrt{3})i; 2+(3+\sqrt{3})i; 1+3i; 3+i$ thuộc cùng một đường tròn.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mp(Oxy) cho đường tròn (C): $x^2+y^2-12x-4y+36=0$. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với 2 trục toạ độ và tiếp xúc ngoài với (C).
2. Trong không gian Oxyz cho họ đường cong:(d_m) $\begin{cases} x+mz-m=0 \\ (1-m)x-my=0 \end{cases}$. Chứng minh họ đường thẳng luôn thuộc một mặt phẳng cố định.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x-y}+7\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-6=0 & (1) \\ \lg(3x-y)+\lg(y+x)-4\lg 2=0 & (2) \end{cases}$

ĐỀ SỐ 17

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số $y = x^4 - 2(2m^2-1)x^2 + m$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.
2. Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với trục hoành.

Câu II. ***(2 điểm)***

Giải phương trình: $\sqrt[3]{x^2-16x+64}-\sqrt[3]{(8-x)(x+27)}+\sqrt[3]{(x+27)^2}=7$

Giải phương trình: $\sqrt[4]{\dfrac{1}{2}-\cos 2x}+\sqrt[4]{\dfrac{1}{2}+\cos 2x}=1$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x+\cos x}{3+\sin 2x}.dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Khối chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C và SA vuông góc mp(ABC), SC = a. Hãy tìm góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC) để thể tích khối chóp lớn nhất.

Câu V. ***(1 điểm)***

Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng mọi $x\in[0;2]$:

$$\log_2\left(\sqrt{x^2-2x+m}\right)+4\sqrt{\log_2\left(x^2-2x+m\right)}\le 5$$

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại C. Biết $A(-2;0), B(2;0)$ và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến trục hoành bằng $\frac{1}{3}$. Tìm tọa độ đỉnh C.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(0;1;2)$, $B(-1;1;0)$ và mặt phẳng (P): x – y + z = 0. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông cân tại B.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Cho x, y, z > 0 thỏa mãn $\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}$.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elip (E): $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ và đường thẳng (d): $y=2$. Lập phương trình tiếp tuyến với (E), biết tiếp tuyến tạo với (d) một góc 60^0.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $M(2;1;2)$ và đường thẳng (d): $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Tìm trên (d) hai điểm A và B sao cho tam giác MAB đều.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Giải bất phương trình sau: $\log_{\frac{1}{3}}.\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)>\log_3.\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

ĐỀ SỐ 18

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

Cho hàm số $y=x(x-3)^2$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
2. Tìm tất cả các giá trị của *a* để đường thẳng (d): $y = ax + b$ không thể tiếp xúc với đồ thị của hàm số (1).

Câu II. *(2 điểm)*

1. Tìm *m* để hệ phương trình : $\begin{cases} mx+(2m-1)y+3=0 \\ x^2+y^2-2x+2y=0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
2. Giải phương trình: $\cos 3x+\sin 7x=2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{5x}{2}\right)-2\cos^2\frac{9x}{2}$

Câu III. *(1 điểm)*

Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{4\cos 2x}{\cos x+\cos 3x}dx$

Câu IV. *(1 điểm)*

Cho khối chóp tam giác đều S.ABC có chiều cao bằng h và góc ASB bằng 2φ. Tính thể tích khối chóp.

Câu V. *(1 điểm)*

Tìm *m* để phương trình : $m+\frac{2}{3}\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$ có nghiệm.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. *(2 điểm)*

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) : 3x – 4y + 1 = 0. Lập phương tình đường thẳng song song với (d) và cách (d) một khoảng bằng 1.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=4-t \end{cases}$ và điểm $M(0;2;3)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và khỏang cách từ M đến (P) bằng 1.

Câu VII.a. *(1 điểm)*

Giải phương trình: $C_x^x+2C_x^{x-1}+C_x^{x-2}=C_{x+2}^{2x-3}$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. *(2 điểm)*

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E): $3x^2+4y^2-48=0$. Gọi M là điểm thuộc (E) và $F_1M = 5$. Tìm F_2M và tọa độ điểm M. (F_1, F_2 là các tiêu điểm của (E)).
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $\frac{x+5}{2}=\frac{y-7}{-2}=\frac{z}{1}$ và điểm $M(4;1;6)$. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tâm là M tại hai điểm A, B sao cho AB = 6. Viết phương trình của mặt cầu (S).

Câu VII.b.*(1 điểm)*

Giải bất phương trình : $2^x+2^{|x|}\ge 2\sqrt{2}$

ĐỀ SỐ 19

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

Cho hàm số : $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi *m* = 1.
2. Với giá trị nào của *m* thì hàm số có các điểm cực đại và cực tiểu lập thành một tam giác đều.

Câu II. *(2 điểm)*

1. Giải bất phương trình : $2^{2\sqrt{x+3}-x-6}+15.2^{\sqrt{x+3}-5}<2^x$
2. Giải phương trình:

$$\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt{6}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{2\pi}{3}\right)-2\sin\left(\frac{3x}{5}+\frac{\pi}{6}\right)$$

Câu III. *(1 điểm)*

Tính tích phân : $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x-\cos x}{\sqrt{1+\sin 2x}}dx$

Câu IV. *(1 điểm)*

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh SA vuông góc với đáy, $\widehat{ACB}=60^o$, $BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh SB. Chứng minh $(SAB)\perp(SBC)$. Tính thể tích khối tứ diện MABC.

Câu V. *(1 điểm)*

Cho các số thực *x*, *y* thay đổi thỏa mãn điều kiện: $y\le 0$, $x^2+x=y+12$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=xy+x+2y+17$.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. *(2 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x-3y+1=0$, $d_2: 4x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2. Tìm điểm B trên d_1 và điểm C trên d_2 sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(3;5)$.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Tính tổng : $S = C_n^0 + 2^2C_n^1 + 3.2^2.C_n^2 + ... + (n+1).2^nC_n^n$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

Trong không gian Oxyz, cho các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và mặt phẳng (P) có phương trình :

$$\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1},\ \Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-2},\ \text{mp(P)}: 2x-y-5z+1=0$$

1. Chứng minh rằng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng ấy.
2. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P), đồng thời cắt cả Δ_1 và Δ_2.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Gọi E là tập hợp các số gồm 2 chữ số khác nhau được thành lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai phần tử của E. Tính xác suất để lấy được hai số có tổng chia hết cho 9.

ĐỀ SỐ 20

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số : $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1) (m là tham số)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để đường thẳng $y = x + 10 - 3m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Câu II. ***(1 điểm)***

1. Giải phương trình $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$
2. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m \end{cases}$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4\sin^2 x}}$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC; I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện ANIB.

Câu V. ***(1 điểm)***

Cho *x, y, z* là ba số thực thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bểu thức: $P=x^4+y^4+z^4-xyz$.

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các đường thẳng:

$$(d_1):\begin{cases}x=1\\y=-4+2t\\z=3+t\end{cases} \text{ và } (d_2):\begin{cases}x=-3t'\\y=3+2t'\\z=-2\end{cases}$$

1. Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) chéo nhau.
2. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2).

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Hãy khai triển nhị thức Niu-tơn $(1-x)^{2n}$, với *n* là số nguyên dương. Từ đó chứng minh rằng: $1.C_{2n}^1+3.C_{2n}^3+...+(2n-1).C_{2n}^{2n-1}=2.C_{2n}^2+4.C_{2n}^4+...+2n.C_{2n}^{2n}$

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua các điểm $M(0;0;1)$, $N(3;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $\frac{\pi}{3}$.
2. Cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với *a, b, c* là ba số dương, thay đổi và luôn thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Xác định *a, b, c* sao cho khoảng cách từ điểm $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Cho ba hộp giống nhau, mỗi hộp đựng 7 bút chì khác nhau về màu sắc.

- Hộp I: có 3 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh, 2 bút màu đen;
- Hộp II: có 2 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh, 3 bút màu đen;
- Hộp III: có 5 bút màu đỏ, 1 bút màu xanh, 1 bút màu đen.

Lấy ngẫu nhiên một hộp và rút hú họa từ hộp đó ra 2 bút.

1. Tính tất cả số các khả năng xảy ra và số khả năng để 2 bút đó cùng màu.
2. Tính số khả năng để 2 bút đó không có màu đen.

ĐỀ SỐ 21

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số: $y = -x^3 - 3x^2 + 4 \quad (1)$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1).
2. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng nối hai cực trị đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường tròn (C): $(x-m)^2 + (y-m-1)^2 = 5$.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình: $5\sqrt{x} + \frac{5}{2\sqrt{x}} \le 2x + \frac{1}{2x} + 5$
2. Giải phương trình: $\sqrt{3}\left(2\cos^2 x + \cos x - 2\right) + \sin x(3 - 2\cos x) = 0$

Câu III. ***(2 điểm)***

Tính giới hạn: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \ln(1+\cos 2x)^{\frac{1}{\cos 6x}}$.

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bằng *a*, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD. Giả sử N là giao điểm của đường thẳng SC và (AHK). Chứng minh rằng $AN \perp HK$ và tính thể tích khối chóp S.AHNK.

Câu V. ***(1 điểm)***

Cho ba số thực *a, b, c*. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{b(c+a)} + \frac{b^3}{c(a+b)} + \frac{c^3}{a(b+c)} \ge \frac{1}{2}(a+b+c).$$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Viết phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x + 4y - 5 = 0$ và (Q): $3x - y + z - 2 = 0$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng (R): $2x - z + 7 = 0$.
2. Tìm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) ở câu 1 những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (S): $2x - 2y - z + 7 = 0$ một khoảng bằng 2.

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5\}$, từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0 và 3.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.
2. Cho hai đường thẳng (d_1): $\begin{cases} x=3-7t \\ y=1+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ và (d_2): $\begin{cases} x=7+t' \\ y=3+2t' \\ z=9-t' \end{cases}$

Lập phương trình đường thẳng (d) đối xứng với đường thẳng (d_1) qua (d_2).

Câu VII.b. *(1 điểm)*

Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Hãy viết dạng lượng giác của số phức z^5.

ĐỀ SỐ 22

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ (C).
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị thực của m, đường thẳng $y=-x+m$ (d) luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB.

Câu II. *(2 điểm)*

1. Giải phương trình: $3^{x^2}.2^{\frac{x}{2x-1}}=6$.
2. Giải phương trình: $\tan\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\sin 3x=\sin x+\sin 2x$.

Câu III. *(1 điểm)*

Tính thể tích hình chóp S.ABCD biết $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$, $\widehat{ASB}=60^o$, $\widehat{BSC}=90^o$, $\widehat{CSA}=120^o$.

Câu IV. *(1 điểm)*

Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin xdx}{\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)^3}$.

Câu V. *(1 điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{\log_2^2 x+1}+\sqrt{\log_2^2 y+1}+\sqrt{\log_2^2 z+1}$, trong đó x, y, z là các số dương thỏa mãn điều kiện $xyz=8$.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. *(2 điểm)*

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình $x+y+1=0\left(d_1\right)$; $2x-y-1=0\left(d_2\right)$.

Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;1)$ cắt (d_1), (d_2) tương ứng tại A, B sao cho $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Câu VII.a. ***(2 điểm)***

Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm phức của phương trình bậc hai $2x^2-2x+1=0$. Tính các giá trị các số phức $\frac{1}{x_1^2}$ và $\frac{1}{x_2^2}$.

2. Theo chương trình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$. Giả sử ($d$) là một tiếp tuyến thay đổi và F là một trong hai tiêu điểm của (H), kẻ FH vuông góc với (d). Chứng minh rằng M luông nằm trên một đường tròn cố định, viết phương trình đường tròn đó.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Tìm tọa độ trực tâm của tam giác ABC.

Câu VIIb. ***(2 điểm)***

Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được hai cuốn khác loại. Trong số 9 học sinh trên để hai bạn Ngọc và Thảo. Tìm xác suất để hai bạn Ngọc và Thảo có giải thưởng giống nhau.

ĐỀ SỐ 23

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. ***(2 điểm)***

Cho hàm số: $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m=\frac{1}{2}$
2. Viết phương trìn tiếp tuyến của hàm số đi qua gốc toạ độ.

Câu II. ***(2 điểm)***

1. Giải phương trình: $3\cos x+4\sin x+\frac{6}{3\cos x+4\sin x+1}=6$

2. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$

Câu III. ***(1 điểm)***

Tính tích phân $\mathbf{I}=\int_0^{\pi}\frac{\sin x-\cos x+1}{\sin x+2\cos x+3}dx$

Câu IV. ***(1 điểm)***

Cho chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C, AC = 2, BC = 4. Cạnh bên SA = 5 vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm cạnh AB.

1. Tính góc giữa AC và SD
2. Tính khoảng cách giữa BC và SD.

Câu V ***(1 điểm)***

Cho 3 số x, y, z tuỳ ý. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x^2+xy+y^2}+\sqrt{x^2+xz+z^2}\geq\sqrt{y^2+yz+z^2}$$

II. PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)***

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. ***(2 điểm)***

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, đỉnh A (2, 2). Lập phương trình các cạnh của tam giác biết phương trình đường cao kẻ từ B và C tương ứng là: $9x-3y-4=0$ và $x+y-2=0$.
2. Trong không gian với hệ trục toạ độ Đề Các vuông góc Oxyz cho hai đường thẳng với phương trình :

$$(d_1):\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{2}\quad\text{và}\quad(d_2):\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{2}$$

Tìm toạ độ giao điểm I của d_1, d_2 và viết phương trình mặt phẳng (Q) qua d_1, d_2

Câu VII.a. ***(1 điểm)***

Có hai đội đi thi học sinh giỏi tiếng Anh. Đội thứ nhất có 7 bạn nam và 3 bạn nữ. Đội thứ hai có 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Từ mỗi đội chọn ngẫu nhiên một học sinh được thi đầu tiên. Tính xác suất để :

1. Được một bạn nam và một bạn nữ.
2. Được ít nhất một bạn nữ.

2. Theo chương trrình Nâng cao:

Câu VI.b. ***(2 điểm)***

1. Cho tam giác ABC : A(1; -2), B(4; 2), C(1; -1). Tìm toạ độ chân phân giác trong và ngoài góc A

2. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình :

$$(d_1):\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-3+3t\end{cases}\quad\text{và}\quad(d_2):\begin{cases}x=2+t'\\y=-3+2t'\\z=1+3t'\end{cases}$$

a) Chứng tỏ hai đường thẳng (d_1) và (d_2) chéo nhau.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (d_1), (d_2).

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Ta xếp ngẫu nhiên ba hòn bi màu trên một vòng tròn. Biết rằng ta có 5 bi đỏ, 2 bi xanh và 1 bi trắng. Tìm xác suất để:

1. Trên vòng tròn bi trắng ở giữa hai bi xanh.
2. Trên vòng tròn bi trắng ở giữa hai bi đỏ.

ĐỀ SỐ 24

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu I. *(2 điểm)*

Cho hàm số: $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm trên đồ thị (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN, biết $M(-3;0)$ và $N(-1;-1)$.

Câu II. *(2 điểm)*

1. Giải phương trình: $4\cos^4 x - \cos 2x - \dfrac{1}{2}\cos 4x + \cos\dfrac{3x}{4} = \dfrac{7}{2}$
2. Giải phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

Câu III. *(1 điểm)*

Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) e^x dx$

Câu IV. *(1 điểm)*

Cho hình chóp tam giác đều S.ABC độ dài cạnh bên bằng 1. Các mặt bên hợp với mặt phẳng đáy một góc α. Tính thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

Câu V. *(1 điểm)*

Trong hệ tọa độ Đề các Oxyz cho đường thẳng *d* có phương trình $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = -2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4+2t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(7;-2;3)$.

Tìm trên đường thẳng *d* những điểm sao cho tổng khoảng cách từ đó đến A và B là nhỏ nhất.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

1. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a. *(2 điểm)*

1. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm, 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tìm xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra thành một tam giác.
2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x\sqrt{x} - 8\sqrt{y} = \sqrt{x} + y\sqrt{y} \\ x - y = 5 \end{cases}$

Câu VII.a. *(1 điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x(2\cos x - \sin x)}$ với $0 < x \le \dfrac{\pi}{3}$.

2. Theo chương trrình Nâng cao:

Câu VI.b. *(2 điểm)*

1. Tìm tất cả các giá trị của x trong khai triển nhị thức Niu-tơn: $\left(\sqrt{2^{\log\left(10-3^x\right)}}+\sqrt[5]{2^{(x-2)\log 3}}\right)^n$, biết rằng số hạng thứ sáu của khai triển (theo thứ tự số mũ giảm dần của $\sqrt{2^{\log\left(10-3^x\right)}}$) bằng 21 và $C_n^1+C_n^3=2C_n^2$.
2. Cho $\alpha=3\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$. Tìm các số β sao cho $\beta^3=\alpha$.

Câu VII.b. ***(1 điểm)***

Cho *a, b, c* là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng:

$$\frac{52}{27}\le a^2+b^2+c^2+2abc<2$$
